



FACULDADE DE CIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DAS EXPERIÊNCIAS EM
GEOMETRIA DO ENSINO SECUNDÁRIO NO
DESEMPENHO DOS ESTUDANTES DO CURSO DE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

CARMEN SAUGINETA SOBRINHO NASSONE CUMBI

Maputo
2026

UNIVERSIDADE EDUARDO MONDLANE
FACULDADE DE CIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DAS EXPERIÊNCIAS EM
GEOMETRIA DO ENSINO SECUNDÁRIO NO
DESEMPENHO DOS ESTUDANTES DO CURSO DE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

CARMEN SAUGINETA SOBRINHO NASSONE CUMBI

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Eduardo Mondlane, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Doutora Balbina Joel da Conceição Mutemba

Co-Orientador: Prof. Doutor Betuel de Jesus Varela Canhanga

Maputo
2026

Dedicatória

Este trabalho é dedicado ao meu Deus, Jesus Cristo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus, por ter me abençoado e me orientado para que esta formação académica, em geral, e esta dissertação, em particular, fossem possíveis.

Agradeço ao meu esposo, aos meus filhos, aos meus pais e a minha irmã pelo amor e pelo apoio incondicional ao longo desta caminhada.

Agradeço aos meus colegas, de trabalho e de curso, e aos meus professores pelos ensinamentos e pelo apoio que fizeram desta formação uma realidade, em particular à Prof. Doutora Balbina Mutemba, ao Prof. Doutor Betuel Canhanga e a Prof. Doutora Iara Gonçalves.

RESUMO

A disciplina de Fundamentos de Geometria, ministrada no primeiro ano do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Eduardo Mondlane, tem apresentado um fraco aproveitamento pedagógico há muitos anos. A presente pesquisa busca entender como é que as experiências em Geometria dos estudantes, enquanto alunos do Ensino Secundário, influenciam no seu desempenho na disciplina de Fundamentos de Geometria. Trata-se de uma pesquisa qualitativa que teve como base os relatos dos estudantes e a partir desses relatos (e dos relatos do docente da disciplina de Fundamentos de Geometria), procurou-se perceber o que teria originado o cenário supracitado. Foram analisados os planos temáticos das unidades didáticas de Geometria e os exames da disciplina de Matemática do Ensino Secundário, tendo se chegado a conclusão de que as experiências dos estudantes em Geometria no Ensino Secundário tiveram como base um programa que não permite que haja uma passagem suave e harmónica de aprendizagem da Geometria do Ensino Secundário para a aprendizagem dos conceitos ministrados na disciplina de Fundamentos de Geometria.

Palavras-chave: Geometria, Ensino, Aprendizagem

ABSTRACT

The subject of Fundamentals of Geometry, taught in the first year of the Degree in Mathematics at Eduardo Mondlane University, has shown poor pedagogical performance for many years. This research seeks to understand how students' experiences in Geometry, as secondary students, influence their performance in the Fundamentals of Geometry subject. This is a qualitative research that was based on student reports and based on these reports (and the reports of the teacher of the subject of Fundamentals of Geometry), we sought to understand what would have led to the aforementioned scenario. The thematic plans of the Geometry didactic units and the exams of the Mathematics subject in Secondary Education were analysed, and it was concluded that the students' experiences in Geometry in Secondary Education were based on a program that does not allow for a smooth passage and learning harmonics of Secondary School Geometry for learning the concepts taught in the subject of Fundamentals of Geometry.

Keywords: Geometry, Teaching, Learning

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Contextualização	1
1.2 Definição do problema	2
1.3 Justificativa.....	5
1.4 Objectivos.....	7
2. REVISÃO DE LITERATURA	8
2.1 A Matemática e a Geometria.....	8
2.2 Ensino-aprendizagem da Geometria	9
2.3 Dificuldades na aprendizagem de Geometria.....	13
2.4 A Teoria da Aprendizagem Significativa	19
3. METODOLOGIA.....	22
3.1 Enfoque da investigação.....	22
3.2 Universo e amostra.....	24
3.3 Recolha de dados.....	25
3.4 Análise e interpretação de dados.....	27
4. RESULTADOS	33
4.1 Conteúdos plasmados nos planos temáticos de FG e a relação com os programas de Geometria no ES	33
4.2 Experiências dos estudantes em Geometria no ES e em FG	34
4.3 Narrativa do docente de FG	40
5. DISCUSSÃO	42
6. CONCLUSÃO.....	57
7. BIBLIOGRAFIA	62

Lista de anexos e apêndices

ANEXOS

Anexo 1: Pautas da disciplina de Fundamentos de Geometria dos anos 2018 à 2022

Anexo 2: Plano temático da disciplina de Fundamentos de Geometria extraído do Currículo de Licenciatura em Matemática 2012

Anexo 3: Planos temáticos das unidades didáticas de Geometria na disciplina de Matemática no Ensino Secundário

Anexo 4: Exames da décima classe da disciplina de Matemática nos anos 2017 à 2019

APÊNDICES

Apêndice 1: Questionário aos estudantes

Apêndice 2: Entrevista aos estudantes

Apêndice 3: Questionário ao docente de Fundamentos de Geometria

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Geometria é uma palavra que resulta da combinação das palavras gregas “Geo”, que significa “Terra”, e “Metria”, que significa “Medida”. Ou seja, Geometria significa medida da terra.

A Geometria é uma área da Matemática, que em Moçambique é leccionada ao longo do ensino Primário, Secundário e Superior. Desde o ano de 2004, o currículo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Eduardo Mondlane (UEM) inclui no seu plano de estudos a disciplina de Geometria Plana e Espacial (GPE). Em 2009 foi levada a cabo uma revisão curricular aos cursos da UEM, com efeitos a partir de 2010, passando a duração do curso de Licenciatura em Matemática a ser de três anos e dada a sua importância, a disciplina de GPE permaneceu no plano curricular do curso. Foi feita uma nova revisão do currículo em 2011, o curso de Licenciatura em Matemática voltou a ter duração de quatro anos e foram reintroduzidas disciplinas retiradas na revisão anterior, tendo sido feito um reajustamento do currículo para que os ingressados em 2010 e 2011, fossem integrados no curso de quatro anos. Nessa revisão, foi criada a disciplina optativa de Ensino de Geometria, que tem em vista preparar os estudantes em metodologias de ensino de Geometria.

Esta pesquisa é inspirada no Relatório de Estágio Pedagógico da autora na disciplina de GPE no ano 2014, feito no âmbito de Culminação de Estudos de Licenciatura em Matemática, onde foi constatado que os estudantes tinham muitas dificuldades em Geometria, tendo sido apresentadas algumas sugestões/recomendações para a melhoria do cenário. Na altura em que esse relatório foi feito, o currículo de Licenciatura em Matemática tinha sido mais uma vez revisto, em 2011, tendo sido implementado a partir de 2012. Nesta revisão foram introduzidas disciplinas básicas no primeiro semestre do curso, como é o caso de Matemática Básica, de Estatística Básica e de Fundamentos de Geometria.

A disciplina de Fundamentos de Geometria (FG) resulta da divisão dos temas da disciplina de GPE. Nos currículos anteriores ao do ano 2012, a disciplina de GPE incluía temas de Geometria Plana e de Geometria Espacial. Com a divisão, a disciplina de FG ficou com os temas de Geometria Plana, e é leccionada no primeiro semestre do primeiro ano do curso, e a disciplina de GPE passou a ter apenas temas de Geometria Espacial, é leccionada no segundo semestre do curso e tem a disciplina de FG como precedente.

Esta divisão da disciplina em duas, surge da necessidade de se responder ao problema que já era evidente na época, os resultados de aprendizagem dos estudantes em GPE eram muito baixos, mesmo em conteúdos que constam dos programas curriculares do Ensino Secundário (ES). Mas, como se pode ver nas pautas de FG dos anos lectivos de 2012 (ano da criação da disciplina de FG) à 2022, os resultados de aprendizagem continuaram muito abaixo do desejável.

São muitos os factores que podem estar por detrás destes resultados baixos, como por exemplo os programas curriculares do ES, o nível do seu cumprimento por parte dos professores, a formação dos professores, a metodologia usada nas aulas e a resolução de questões que envolvem a abstracção no dia-a-dia nas salas de aulas. Por outro lado há a considerar também o nível de exigência nas disciplinas de FG e de GPE, a formação dos docentes e a metodologia aplicada.

O plano temático da disciplina de FG inclui temas de Geometria dos programas curriculares do ES da 8^a a 10^a classe, não se limitando apenas à aplicação de teoremas, definições e propriedades, como no ES, mas dando ênfase também à demonstração. Entretanto, apesar de os temas de FG fazerem parte do programa do ES, os estudantes apresentam dificuldades de várias ordens nesta disciplina. É nesse sentido que esta pesquisa propõe-se a analisar como as experiências dos estudantes em Geometria no ensino secundário influenciam o aproveitamento pedagógico dos estudantes de Fundamentos de Geometria no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Eduardo Mondlane.

1.2 Definição do problema

A disciplina de FG é ministrada no primeiro semestre do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática na UEM desde o ano 2012 e tem aulas teóricas, práticas e laboratoriais. As aulas laboratoriais decorrem no laboratório informático, onde se faz uso do *Geogebra*, um *software* matemático que ajuda na construção de figuras geométricas e na visualização das suas propriedades.

Tal como se fez referência na Contextualização, a disciplina de FG resulta da divisão dos temas de GPE em duas disciplinas, FG+GPE, pois já era bastante notável o fraco aproveitamento pedagógico na “antiga” GPE, tanto nos conceitos que constam do plano temático da disciplina, como nos pré-requisitos desses conceitos. Como consequência, o

desenvolvimento acadêmico era baixo, originando reprovações em massa e turmas sobrelotadas, devido ao elevado número de repetentes.

Apresenta-se a seguir, os programas temáticos da “antiga” GPE, de FG e de GPE.

Temas da “antiga” GPE (currículo anterior ao do ano de 2012)

1. Polígonos e circunferência
2. Lugares geométricos básicos
3. Transformações isométricas
4. Conceitos primitivos de Geometria Espacial
5. Paralelismo
6. Perpendicularidade
7. Poliedros
8. Superfícies e corpos de revolução

Temas de FG (currículo de 2012)

1. Rectas, semi-rectas, segmentos de recta, ângulos
2. Triângulos
3. Quadriláteros e outros polígonos
4. Circunferência e círculo
5. Perímetros e áreas
6. Vectores
7. Transformações isométricas (simetrias, translação, rotação)
8. Semelhança de figuras
9. Lugares geométricos básicos
10. Trigonometria

Temas de GPE (currículo de 2012)

1. Axiomáticas
2. Introdução à Geometria Espacial. Conceitos básicos. Axiomas
3. Posições relativas de rectas e planos no espaço
4. Paralelismo e perpendicularidade no espaço, ângulos de rectas e planos, distâncias
5. Construção de intersecções (recta e plano, dois planos, secções dum cubo)

6. Poliedros. Prismas e pirâmides. Áreas e volumes
7. Superfícies e corpos de revolução. Áreas e volumes
8. Lugares geométricos no espaço

Os temas de Geometria Plana (temas 1, 2 e 3) na “antiga” GPE tinham um total de 26 horas de contacto directo, enquanto que com o currículo que está sendo implementado actualmente, de 2012, os temas de Geometria Plana, leccionados na disciplina de FG, tem um total de 96 horas de contacto directo, havendo portanto mais tempo para estudar cada tema e abordar outros temas de Geometria plana que não constavam do plano da “antiga GPE”.

Entretanto, o incremento do tempo de estudo, não resolveu o problema do fraco aproveitamento pedagógico. A disciplina de FG também apresenta aproveitamento pedagógico muito fraco, como mostra a tabela a seguir, dos resultados extraídos das pautas dos anos 2018, ano em que a autora começou a observar o fenómeno do fraco aproveitamento pedagógico em FG dado o elevado número de inscritos nesse ano (63 inscritos), à 2022 (ano em que iniciou a pesquisa). (Vide as pautas de 2018 à 2022 no Anexo 1)

Tabela 1: Desempenho dos estudantes na disciplina FG entre os anos 2018 e 2022

Nº de estudantes	Ano de 2018	Ano de 2019	Ano de 2020	Ano de 2021	Ano de 2022
Inscritos	63	48	42	41	36
Aprovados	30	30	20	25	22
Reprovados	33	18	22	16	14
Percentagem de reprovados	52.4%	42.9%	52.4%	39%	38.9%

Os conteúdos de Geometria no ES são leccionados da 8ª a 10ª classe, conforme podemos ver na tabela a seguir:

Tabela 2: Sequência de temas de Geometria no ensino secundário

Nº	Tema	Classe	Trimestre
1	Circunferência e Círculo	8ª	3º
2	Congruência de triângulos. Teorema de Pitágoras	8ª	3º

3	Quadriláteros	9 ^a	2°
4	Semelhança de triângulos	9 ^a	3°
5	Trigonometria	10 ^a	3°

No entanto, a autora notou, no seu estágio de culminação de estudos de licenciatura em 2014, que os teoremas e conceitos ministrados nos temas citados na Tabela 2 acima pareciam ser uma novidade para os estudantes de GPE com os quais trabalhou. Os estudantes conheciam apenas o enunciado do Teorema de Pitágoras e as fórmulas das razões trigonométricas.

Pelo facto de o aproveitamento pedagógico na disciplina de FG não ter melhorado, apesar de os temas de Geometria Plana leccionados fazerem parte dos programas do ES, pode-se pressupor que o problema possa advir de uma possível lacuna na aprendizagem dos conceitos básicos em Geometria destes estudantes no ES.

É na perspectiva de perceber o que dificulta a aprendizagem em FG, que esta pesquisa propõe-se a analisar como é que os conhecimentos de Geometria, que os estudantes trazem do ES, influenciam o seu desempenho na disciplina de FG leccionada no primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática na UEM, ou seja, pretende-se responder a seguinte pergunta:

Como é que as experiências em Geometria no ES influenciam as aprendizagens dos estudantes do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de FG?

1.3 Justificativa

Ao longo dos anos, a Geometria tem sido usada em várias áreas do saber, não só em termos de aplicação mas também para o desenvolvimento intelectual devido ao seu elevado nível de rigor, abstracção e imaginação.

A aplicação da Matemática, e em particular da Geometria, está presente no nosso dia-a-dia, sendo por vezes feita de forma simples, banal e de forma quase que imperceptível, como por exemplo o uso de figuras geométricas no fabrico de objectos artesanais. O uso da Geometria é evidente em muitas áreas profissionais, como por exemplo: a arquitectura e a engenharia civil, a mecânica, as artes e o fabrico de utensílios domésticos e de electrodomésticos, mas também é aplicada em profissões em que o profissional não precisa necessariamente ter

frequentado níveis elevados de escolaridade, como é o caso da canalização, a serralharia, a confecção de bolos, entre outros. É por essa e outras razões que o ensino da Geometria é bastante importante para o desenvolvimento intelectual e profissional de todos os indivíduos, independentemente da sua área de actuação ou nível académico. Nesse sentido, a aprendizagem da Geometria é importante tanto no ensino Primário, Secundário e Superior.

Segundo Costa (2020), a Geometria ajuda a desenvolver o pensamento lógico, crítico e autónomo. Daí a importância da aprendizagem dos conceitos de Geometria plana leccionados na disciplina de FG, que requer o domínio dos conceitos básicos da Geometria, que de acordo com os programas, devem ser aprendidos no ensino geral. Por outro lado, a compreensão dos conceitos de GPE fundamentam-se nos conceitos aprendidos em FG, pelo que, é importante que os estudantes aprendam os conceitos desta disciplina para terem sucesso em GPE também.

Tal como se referiu na Contextualização, esta pesquisa foi inspirada no estágio pedagógico que a autora fez em 2014 na disciplina de GPE. Nesse estágio, a autora verificou que os estudantes tinham muitas dificuldades em aprender e em trabalhar com conteúdos de GPE e que essas dificuldades resultavam do facto de os estudantes não reconhecerem parte considerável de conceitos básicos da Geometria, previstos nos programas da disciplina de Matemática no ES, aplicados em GPE. Nesse sentido, a autora pressupôs que as aprendizagens dos estudantes em Geometria no ES podiam ter tido alguma lacuna que resultou nesse desconhecimento dos conceitos programados para o ES.

Entretanto, no currículo actual do curso de Licenciatura em Matemática, que é o mesmo que foi aplicado em 2014, os estudantes começam por frequentar a disciplina de FG, antes de GPE, e uma vez que os estudantes de 2014 apresentavam dificuldades em GPE por não reconhecerem muitos conceitos básicos de Geometria programados para o ES, esta pesquisa voltou-se para analisar como é que as experiências dos estudantes em Geometria no ES influenciaram na aprendizagem dos conteúdos da disciplina de FG.

Esta pesquisa é bastante importante pois ao analisar como as experiências da aprendizagem de Geometria no ES influenciam as aprendizagens em FG pode-se chegar à algumas causas das altas percentagens de reprovações em FG e a partir daí procurar encontrar estratégias para mitigar esse problema, trazendo desta forma melhor desenvolvimento académico dos futuros estudantes de FG e dos alunos do ES, tendo como consequência maior capacitação dos

futuros profissionais das mais variadas áreas em que se aplica a Geometria, o que resultará no desenvolvimento do país em geral.

A ideia é que o resultado desta pesquisa leve à uma intervenção no processo educativo estabelecido, propondo a aplicação de técnicas que possam favorecer o sucesso escolar dos estudantes em FG e no ES.

1.4 Objectivos

Objectivo geral:

Com a presente pesquisa pretende-se analisar como é que as experiências em Geometria no ES influenciam a aprendizagem dos estudantes do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de FG.

Objectivos específicos:

- Analisar o plano temático de FG e de Geometria no ES;
- Analisar as experiências dos estudantes em Geometria no ES e em FG;
- Analisar a narrativa do docente de FG sobre os conhecimentos prévios dos estudantes em Geometria.

Dos objectivos expostos emergiu a seguinte pergunta de partida:

Como é que as experiências em Geometria no ES influenciam as aprendizagens dos estudantes do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de FG?

E para tal foi necessário responder às seguintes perguntas de pesquisa:

1. Que conteúdos estão plasmados no plano temático de FG e qual a relação com os conteúdos de Geometria programados no currículo do ES?
2. O que relatam os estudantes de FG sobre as suas experiências em Geometria no ES e em FG?
3. Qual é a narrativa do docente de FG sobre os conhecimentos prévios dos estudantes em Geometria?

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 A Matemática e a Geometria

No nosso dia-a-dia fazemos uso da Matemática, ainda que inconscientemente, em vários momentos do dia. Por exemplo, quando calculamos quanto tempo falta para executarmos uma certa actividade, quando contamos trocos numa compra, quando medimos ingredientes para preparar uma receita ou quando contamos os dias que faltam para uma cerimónia.

No entanto a Matemática não se limita a essas actividades do quotidiano. Luz et al (2007) considera a Matemática como a ciência do raciocínio lógico e abstracto que estuda aritmética, álgebra, geometria, estatística e cálculo em busca da sistematização de quantidades, medidas e espaços.

Rodrigues e Sabião (2019) adiantam que o trabalho matemático consiste em procurar e relacionar padrões, de modo a formular conjecturas cuja veracidade ou falsidade é provada por meio de deduções rigorosas a partir de axiomas e definições.

A Geometria é uma área de estudo da Matemática que se preocupa com questões de forma, tamanho e posição relativa e propriedades de figuras. Segundo Rodrigues e Sabião (2019), a história da Geometria confunde-se com a história da Matemática; a Geometria surge na antiguidade, na necessidade de fazer medições de terrenos ou de áreas de cultivo, de fazer construção de casas para habitação e de silos para o armazenamento de cereais. Os mesmos autores referem que os registros mais antigos de estudos geométricos são atribuídos aos povos da Babilónia e aos povos do Egipto, na construção das pirâmides do Egipto há cerca de 3000 anos a.C.

Rodrigues e Sabião (2019) referem que Thales de Mileto, matemático e filósofo da Grécia antiga, foi quem trouxe o Teorema de Thales, iniciando com a Matemática dedutiva. Segundo Montrezol et al, citado por Rodrigues e Sabião (2019), o Teorema de Thales deu origem às definições de ângulo recto, triângulo isósceles e seus ângulos, ângulos opostos e ângulos congruentes. “Outra descoberta importante na Geometria é o Teorema de Pitágoras, criado no ano 550 a.C.” (Rodrigues e Sabião, 2019, pág. 4).

A Geometria Euclidiana foi desenvolvida por Euclides. Segundo Rodrigues e Sabião (2019), Euclides nasceu por volta do ano 295 a.C, viveu em Alexandria, no Egipto, e sua principal obra é um conjunto de livros com o nome de “Elementos”. Tal como outras ciências, a

Geometria Euclidiana foi construída a partir de “conceitos primitivos” e “axiomas” ou “postulados”.

Conceitos primitivos são conceitos que não se definem e são entendidos intuitivamente. Já os axiomas são proposições ou afirmações que são assumidas intuitivamente, sem necessidade de demonstração. Em outras palavras, axiomas são verdades primitivas, aceitas a priori e que reflectem propriedades observáveis dos objectos do mundo real que estamos modelando.

Segundo Rodrigues e Sabião (2019), a Geometria Euclidiana estabeleceu um padrão que durou por séculos e que ainda é usada como base de estudos geométricos até aos dias actuais. Na época em que a Geometria surgiu os seus fundamentos ainda eram muito intuitivos, mas ao longo dos anos ela desenvolveu bastante, dando lugar ao surgimento de conceitos, que já podem e devem ser definidos, e de afirmações que para serem tomadas como verdadeiras e poderem ser utilizadas têm de ser demonstradas, como é o caso dos teoremas e das propriedades.

Tal como já se fez referência, a Geometria é aplicada em muitas profissões e/ou ofícios, são alguns exemplos: na arquitectura, na engenharia civil, na carpintaria, na produção de loiça e utensílios domésticos, na produção de mobiliário, na produção de aparelhagens de som e de dispositivos de informação e comunicação, na produção de veículos automóveis e outros meios de transporte, na produção de materiais de construção, na produção de embalagens, na produção de artigos de artesanato e/ou decoração, entre outros.

A Geometria é, portanto, um conhecimento que por vezes é aplicado intuitivamente, pois ela pode ser bem aplicada até mesmo por indivíduos que têm pouca escolarização. A Geometria também é um conhecimento que é aplicado em várias e distintas áreas do saber, o que torna o ensino da Geometria uma ferramenta importante na formação do homem em particular e da sociedade em geral desde os primeiros anos de escolarização.

2.2 Ensino-aprendizagem da Geometria

Em Moçambique, o ensino da Geometria Euclidiana tem lugar na disciplina de Matemática desde os primeiros anos de escolaridade, segundo os currículos escolares do Ensino Primário e Secundário.

Piletti (2004) considera que, tradicionalmente, currículo significa os conteúdos ensinados na escola ou a programação de estudos. Já para Ferraço, citado por Freire et al (2017), o

currículo é um texto prescrito que reduz-se à programas, relação de temas, ementas de disciplinas ou qualquer outra proposta prescritiva de conteúdos e metodologias a serem seguidas; é um documento legal, instituído pelo aparelho do estado e que deve ter uma base nacional comum.

Entretanto, para Freire et al (2017) o currículo está além de uma lista de conteúdos formalizados e incorporados nos livros didáticos. Ferraço, citado por Freire et al (2017), diz que o currículo vai além de textos prescritos e diz que pensa no currículo como uma rede de fazeres e saberes produzidos e compartilhados no quotidiano escolar e sendo assim, a implementação do currículo vai depender dos contextos vividos pelos sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem.

Para esta pesquisa, a autora considera o currículo escolar como um documento que orienta o processo de ensino-aprendizagem nas escolas, indicando e padronizando os conhecimentos a serem ensinados nas escolas em cada disciplina e em cada classe de aprendizagem. Em Moçambique, os currículos escolares do Ensino Primário e Secundário são elaborados pelo Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano (MINEDH).

O estudo da Geometria nem sempre é de fácil compreensão, devido ao seu elevado nível de abstracção, lógica e rigor. Para melhorar a percepção dos alunos, alguns professores da autora no Ensino Primário e Secundário, optaram por mostrar e/ou mandar os alunos mostrarem formas geométricas concretas, como polígonos e círculo usando objectos ou fazendo cortes no papel ou cartolina como forma de introduzir temas de Geometria. Costa (2020) considera que práticas como esta motivam os alunos para a aprendizagem da Geometria e cita Teixeira Filho que diz que para a melhoria da qualidade da educação e do ensino da Geometria “pode-se citar o uso de formas geométricas com clareza, riqueza e variedade, levando os alunos a observá-los ao seu redor, dando ainda mais significado às mesmas”, (Costa, 2020, pág. 26).

Os temas de Geometria Euclidiana também são leccionados no Ensino Superior. Por exemplo, são ministrados nas disciplinas de FG e de GPE no curso de Licenciatura em Matemática da UEM. Para ampliar o horizonte dos estudantes de FG, no que concerne a visualização e verificação de conceitos, teoremas e propriedades, esta disciplina faz o uso do *software Geogebra*. Além disso, o mesmo curso apresenta uma disciplina optativa designada Ensino de Geometria, com o objectivo de preparar os estudantes para a docência em

Matemática, em particular sobre as melhores metodologias para ensinar Geometria com base nos programas de ensino do ES.

Observando o currículo de Geometria no ES e o plano temático de FG, pode-se perceber que nos programas do ES estão previstos temas leccionados na disciplina de FG. Entretanto, o fraco aproveitamento pedagógico de grande parte dos estudantes de FG sugere que pode ter havido alguma lacuna na implementação do currículo prescrito de Matemática no ES ou na aprendizagem dos conteúdos previstos no mesmo.

Na experiência estudantil da pesquisadora por exemplo, houve muitas lacunas no que diz respeito à aprendizagem de Geometria no ES, ao contrário do que aconteceu no Ensino Primário, dado que a maioria dos seus professores no ES não deu temas de Geometria nas suas aulas.

Segundo Frassatto (2012), a aprendizagem é um processo que transforma a estrutura mental do indivíduo que aprende, através da alteração da sua conduta de uma forma razoavelmente permanente.

Frassatto (2012) diz que o ser humano nasce potencialmente inclinado para aprender, seja através de técnicas de ensino ou até simples aquisição de hábitos, necessitando de estímulos externos e internos (motivação, necessidade) para a aprendizagem. Na maioria dos casos, a aprendizagem se dá no meio social em que o indivíduo vive, pelas experiências por ele vividas.

A aprendizagem é portanto “um processo pelo qual as competências, habilidades, conhecimentos, comportamentos ou valores são modificados, como o resultado de estudo, experiência, formação, raciocínio ou observação.” (Frassatto, 2012, pág. 3)

A pesquisadora considera que cada indivíduo tem um desenvolvimento cognitivo único e portanto cada indivíduo leva o seu tempo para aprender determinado conceito, necessitando muitas vezes de muita repetição até adquirir o conhecimento ou a habilidade com perfeição. Entretanto, os programas de ensino estipulam um determinado tempo para a aprendizagem de cada conceito, isso significa que todos os alunos dispõem do mesmo tempo para a aprendizagem de um certo conceito. Quando se tem por objectivo que os alunos aprendam determinado conhecimento no tempo estipulado, Cerqueira, citado por Chirindze (2019), propõe que sejam aplicadas sequências didáticas adequadas para a Geometria.

Segundo Cerqueira, citado por Chirinze (2019), a sequência didáctica é um conjunto de actividades concebidas e organizadas de tal forma que cada etapa está interligada à seguinte. O mesmo autor refere que aplica-se uma sequência didáctica quando se pretende ensinar um determinado conteúdo, partindo de uma actividade simples até chegar às operações mais complexas. Fouz e Donosti (2013), propõem uma sequência didáctica usando a Teoria de Van Hiele para a aprendizagem da Geometria.

A Teoria de Van Hiele é um guia para a aprendizagem em Geometria há vários anos. Fouz e Donosti (2013) consideram que a ideia básica desta teoria é que a aprendizagem em Geometria se faz passando por determinados níveis de pensamentos e conhecimentos, partindo dum nível muito básico até um nível mais complexo.

Segundo Fouz e Donosti (2013), a Teoria de Van Hiele indica cinco níveis de aprendizagem da Geometria:

No primeiro, nível 0, de Visualização, as figuras geométricas ainda são entendidas pela sua aparência, sem se conhecer suas componentes e propriedades. Procura-se entender a figura buscando objectos familiares semelhantes, não há lugar geométrico básico para chamar as figuras pelos seus próprios nomes.

No nível 1, de Análise, já se percebem os componentes, as características e as propriedades das figuras geométricas. De uma maneira informal podem-se descobrir as figuras pelas suas propriedades mas ainda não se pode relacionar umas com outras ou umas figuras com outras, podendo-se estabelecer novas propriedades. Sempre se consideram propriedades como independentes e ainda não se pode elaborar definições das figuras a partir de tais propriedades.

Alcançar o nível 2, o de Ordenação, significa que já se descrevem as figuras de maneira formal, pois já se consegue ordenar de forma lógica as propriedades das mesmas. Como muitas definições em Geometria são elaboradas a partir de propriedades, essa ordenação ajuda na percepção do significado das definições, seu papel dentro da Geometria e os requisitos que sempre se requerem. Aqui já é possível reconhecer como uma propriedade deriva da outra, estabelecendo relações entre as propriedades e as consequências dessas relações. Também já se fazem demonstrações, mas na maioria dos casos ainda não se entendem quanto à sua estrutura, ainda não se entendem a dedução e o papel dos axiomas na Geometria.

Já no nível 3, de Dedução Formal, já se realizam deduções e demonstrações lógicas e formais, vendo a sua necessidade para justificar as propriedades usadas. Compreendem-se e manejam-se as relações entre as propriedades e formalizam-se em sistemas axiomáticos, pelo que já se entende a natureza axiomática das matemáticas. Se entende como se pode chegar aos mesmos resultados partindo de proposições ou premissas distintas, o que permite realizar demonstrações distintas para chegar ao mesmo resultado.

O nível 4, de Rigor, garante que o aprendiz conheça a existência de diferentes sistemas axiomáticos e se podem analisar e comparar diferentes geometrias. Ele pode trabalhar a Geometria de maneira abstracta sem necessidade de objectos concretos, alcançando-se o mais alto nível de rigor matemático.

Nesta pesquisa, a Teoria de Van Hiele foi usada para analisar em que nível se enquadravam os estudantes ao terminar o ES e verificar se esse nível permite uma transição para a aprendizagem dos conceitos de FG de forma suave e harmónica, ou seja, se os estudantes de FG chegam a esta disciplina com o desenvolvimento intelectual necessário para aprendizagem de Geometria a níveis mais abstractos e rigorosos; pois é do entendimento da pesquisadora (por experiência, por ter frequentado a disciplina) que na disciplina de FG os estudantes têm que trabalhar principalmente com nos níveis de aprendizagem 2, 3 e 4 da Teoria de Van Hiele.

2.3 Dificuldades na aprendizagem de Geometria

De entre as várias disciplinas que fazem parte do currículo escolar dos alunos, há aquelas consideradas fáceis e outras difíceis. A Matemática faz parte daquelas disciplinas que são consideradas de difícil compreensão, pois muitos alunos apresentam dificuldades de aprendizagem nesta disciplina chegando a ser um factor de frustração na escola, e até é conotada como um “bicho de sete cabeças”.

As dificuldades de aprendizagem em Matemática geralmente têm mais de uma causa. De acordo com Almeida citado por Frassatto (2012), as causas das dificuldades podem estar associadas ao aluno ou à factores externos, em particular no modo como se ensina Matemática. Já Smith e Strick, também citados por Frassatto (2012), consideram que quanto aos aspectos referentes ao próprio aluno, são considerados a memória, a atenção, a actividade

psicomotora, a organização espacial, as habilidades verbais e a falta de consciência como causas das dificuldades de aprendizagem da Matemática.

São várias as dificuldades apresentadas pelos alunos, desde cálculos algébricos até a resolução de problemas matemáticos. Como a Geometria é uma área da Matemática, as causas das dificuldades da aprendizagem em Matemática também se aplicam para a aprendizagem em Geometria em particular.

Segundo Frassatto (2012), as dificuldades de aprendizagem em Matemática podem resultar da sua linguagem receptiva. Isto é, a Matemática usa uma linguagem e nomenclaturas próprias, que não são habituais no dia-a-dia dos alunos. Para o caso de Moçambique, os alunos de vários distritos têm o seu primeiro contacto com língua oficial, a língua portuguesa, na escola, o que pode dificultar ainda mais a percepção dos conteúdos matemáticos.

A leitura e a escrita também se mostram como problemáticas para a aprendizagem da Matemática, considera Frassatto (2012), visto que a cada ano de aprendizagem, o aluno se depara com novos termos, conceitos e símbolos matemáticos, que para além de emprega-los na linguagem, deve desenvolver a sua leitura, a escrita e a compreensão dessas informações.

Outra problemática na aprendizagem da Matemática apontada por Frassatto (2012) é a dificuldade de atenção e de memória. A falta de atenção pode ser causada por vários factores distractores que podem existir no ambiente de aprendizagem; são alguns exemplos o vestuário do professor, as interrupções que podem acontecer durante a aula e o comportamento dos outros alunos. Mas existe a falta de atenção que pode ser causada pelo próprio conteúdo ministrado; por exemplo, se o conteúdo em questão trata de novos termos não definidos ou não explicados previamente pelo professor então o aluno pode ficar “perdido na aula” e isso pode criar um desinteresse no aluno em continuar atento na aula.

Quanto à memória, ela tem que ser constantemente activada de modo a não se correr o risco de o aluno cair no esquecimento total de conteúdos anteriores. O professor pode ajudar o aluno a activar a sua memória aplicando avaliações diagnósticas ou trabalhos de revisão antes de iniciar um novo conteúdo que dependa do conteúdo que deve ser revisto, dando trabalhos para casa e aplicando mini-testes com frequência.

Garcia, citado por Frassatto (2012), considera que a incapacitação ou falta de motivação dos professores é também uma das causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática. Bissolotti e Titon (2022), referem que a existência de problemas na formação de professores

também é uma das causas das dificuldades apresentadas pelos alunos em temas de Geometria e, nesse sentido, Rodrigues, citado por Bissolotti e Titon (2022), aponta a necessidade de melhorar a formação de professores de modo a levá-los ao domínio dos conteúdos de Geometria. Alguns professores chegam a sala de aulas sem nenhuma formação psicopedagógica e sem habilidade de ensinar, portanto ainda que estes tenham muito conhecimento matemático não sabem como transmiti-lo de modo que os seus alunos aprendam da melhor maneira. Há também muitos professores que não motivam os seus alunos a terem interesse pelos conteúdos, não dizem aos alunos para quê servem os conteúdos por si ministrados nem onde podem aplicá-los, podendo criar nos estudantes a sensação de que cada conteúdo novo de Matemática é apenas uma invenção criada para complicar a vida dos alunos e que não tem função nenhuma no mundo real. Para Frassatto (2012), o professor de Matemática precisa reunir habilidades para motivar o aluno, ensinando-o a pensar e a ser autónomo.

Frassatto (2012) considera mais duas causas para as dificuldades de aprendizagem da Matemática. São elas o desinteresse dos alunos, pois para Prado, citado por Frassatto (2012), as atitudes dos alunos desinteressados acentuam a falta de atenção às aulas e nos cálculos; e o pré-conceito de que a disciplina é difícil, pois muitos alunos consideram que a Matemática é difícil e este pré-conceito faz com que os alunos tenham medo da disciplina e falta de vontade de aprender, pois sempre que têm dificuldades de entender determinado conteúdo justificam dizendo que o mesmo é de difícil compreensão e sendo assim qualquer tentativa de aprendizagem seria inútil para ele.

Quanto às dificuldades da aprendizagem da Geometria, Rogenski e Predroso citados Settimy e Bairral (2020) referem que os alunos têm amplas dificuldades com relação à visualização e à representação. Gutierrez, citado por Settimy e Bairral (2020), considera que em Matemática a visualização é uma actividade baseada no uso de elementos visuais, mentais ou físicos, realizada para resolver problemas ou provar propriedades. “No entanto, visualizar não é simples e é uma habilidade de carácter individualizado, pois envolve muitos aspectos, como interpretar e fazer desenhos, formar imagens mentais e visualizar movimentos e mudanças de formas.” (Lemos e Bairral; citados por Settimy e Bairral, 2020, pág. 179)

A dificuldade de visualização é uma dificuldade cognitiva, no sentido em que

“Quando lidamos com imagens conceitualmente ricas, maior é a demanda da habilidade da visualização, gerando desconforto e insegurança nos alunos em relação aos procedimentos adotados para a representação.” (Settimy e Bairral, 2020, pág. 180)

A dificuldade na representação também é citada por Costa (2020). Segundo Vasconcellos, citado por Costa (2020), os estudantes sentem dificuldades em transformar o objecto que está na sua imaginação em algo concreto e que isso se deve à dificuldade que os mesmos têm em utilizar as imagens mentais.

Durante o seu estágio pedagógico na disciplina de GPE no ano lectivo de 2014, a autora também observou que os estudantes apresentavam muitas dificuldades na visualização e na representação. Ao estudar Geometria os estudantes devem desenvolver habilidades de visualizar e representar figuras geométricas quando lhes são fornecidas as características das mesmas e isso requer que eles estejam dotados de todo o conhecimento necessário relativo às figuras geométricas (as definições, as características e as propriedades), pois a visualização é a base para se trabalhar com conceitos geométricos e a representação constitui o primeiro passo para a resolução de problemas envolvendo figuras geométricas.

Duval, citado por Ferreira e Miranda (2008), considera que a distinção entre as apreensões perceptivas e discursivas constitui um dos principais problemas na compreensão dos conceitos geométricos por meio de figuras, pois nem sempre é possível visualizar todas as informações estabelecidas no enunciado pela sua representação. Isto é, trata-se de dificuldade de linguagem no processo de aprendizagem da Geometria, mas que é muito complexa pois envolve a questão da visualização numa situação em que não é possível (ou é muito difícil) representar as informações dadas em determinado enunciado e a visualização sem representação pode levar o aluno a perceber/visualizar uma figura que é distinta daquela que é referida no discurso/enunciado.

Costa (2020) refere que outra dificuldade enfrentada pelos alunos na aprendizagem da Geometria é a dificuldade na realização das relações existentes entre os diferentes campos da matemática e a sua percepção junto à realidade dos alunos. Trata-se da dificuldade dos alunos em relacionar conceitos geométricos com teorias e práticas ligadas ao cotidiano para a resolução de problemas. Costa (2020) considera que esta dificuldade se deve ao facto de nas aulas não se mostrar a ligação entre a Geometria e as outras áreas de conhecimento.

Para reduzir as dificuldades acima referidas, a seguir são apontados alguns factores que podem auxiliar a aprendizagem da Matemática e da Geometria em particular.

Frassatto (2012) refere-se à alguns factores que podem auxiliar a aprendizagem da Matemática no geral, dentre os quais faz parte a motivação. Ele defende que os professores devem procurar melhorar constantemente as suas aulas e a sua performance na sala de aulas, procurando aplicar metodologias que ajudam no ensino da Matemática, com o objectivo de melhorar a aprendizagem do aluno, dinamizar as aulas e conquistar a atenção e o interesse dos alunos de modo que as aulas se tornem agradáveis, motivadoras e com ligação com o dia-a-dia dos alunos. Para reduzir a dificuldade dos alunos em relacionar a Geometria com os diferentes campos e melhorar a sua percepção junto à realidade dos mesmos, Costa (2020) refere que é importante que o professor saiba relacionar os conteúdos geométricos com a realidade e o dia-a-dia dos alunos, levando esses conteúdos a terem significado para os mesmos, o que os motivará ainda mais a aprender Geometria.

No que tange à dificuldade de representação, Costa (2020) é da opinião de que as escolas devem criar condições para que os alunos desenvolvam a imagem mental, trabalhando com figuras geométricas não planas concretas. Esta prática também motiva os alunos na aprendizagem da Geometria, uma vez que “...a utilização de materiais concretos de ensino de geometria é uma das formas mais eficientes para levar o aluno a despertar e a desenvolver a sua criatividade assim como o seu raciocínio lógico.” (Vital, citado por Costa 2020, pág. 32)

Frassatto (2012) considera que levar os alunos a conhecerem a aplicação dos conceitos é também um factor auxiliador da aprendizagem da Matemática, visto que o conhecimento da aplicação dos conceitos desenvolve a motivação e o interesse dos alunos pelo conceito; logo, eles estarão interessados em aprender mais sobre o assunto, vencer obstáculos e capacitar-se de modo a poder explicar as coisas que acontecem no seu dia-a-dia através da ciência. Teixeira Filho, citado por Costa (2020), considera que para a melhoria do ensino da Geometria é necessário que haja contextualização desta área de conhecimento matemático, onde o professor deve integrar a teoria com a realidade e mostrar a importância da Geometria no dia-a-dia. Entretanto, muitas vezes a aplicação dos conceitos geométricos não acontece durante as aulas e a prática muitas vezes é caracterizada por meros exercícios de repetição e de fixação de conceitos; e quando essa aplicação acontece, não reflecte a realidade dos alunos e isso não cria motivação nem interesse na aprendizagem dos conceitos por parte dos alunos.

As aulas centradas no aluno também auxiliam na aprendizagem da Matemática, considera Frassatto (2012). Nos últimos tempos tem-se optado em aulas centradas no aluno, o ensino através da descoberta. Este tipo de ensino tem mostrado que quando o aluno descobre o conhecimento fica motivado a descobrir mais e a aprender mais com o mesmo e trabalha com mais afinco com esse conhecimento em relação a um conhecimento que lhe foi dado. Segundo Teixeira Filho, citado por Costa (2020), os alunos devem ser activos, os principais responsáveis pelo seu próprio processo de aprendizagem e devem conduzir a sua própria aprendizagem, executando o seu próprio processo intelectual e dedicando-se à descoberta de resolução de problemas.

Frassatto (2012) também aponta o uso de tecnologias de informação e comunicação para auxiliar a aprendizagem da Matemática. O uso de *softwares* matemáticos pode ajudar bastante na compreensão dos conceitos pois permite verificar as propriedades dadas na sala de aulas. Para Pouzada, citado por Costa (2020), as tecnologias são um aliado importante no ensino da Geometria pois levam os alunos à manipulação das construções geométricas, permitindo a mudança do tamanho e da forma da figura inicialmente construída e, como consequência, estimula os alunos a terem uma melhor compreensão daquilo que lhe está sendo ensinado. Estas tecnologias são portanto um grande aliado na visualização de figuras geométricas e ajudam a suprir a distinção entre as apreensões perceptivas e discursivas indicada por Duval, citado por Ferreira e Miranda (2008), como uma dificuldade de aprendizagem de Geometria pois por vezes não é possível ou é muito difícil representar figuras geométricas segundo determinado enunciado. Santos et al, citado por Bissolotti e Titon (2022), também consideram que o uso de tecnologias digitais em aulas de matemática é significativo, principalmente nos conceitos de Geometria, pois instiga os alunos na investigação e análise de conceitos, tendo indicado o uso do *Geogebra* para o caso do ensino da Geometria.

Na disciplina de FG faz-se o uso do *Geogebra*, um *software* que permite o esboço de figuras geométricas, verificação de definições, propriedades e teoremas, cálculos geométricos, entre outros. Este *software* permite a visualização do conceito geométrico e facilita a representação do mesmo nas condições referidas em determinado enunciado. Entretanto, para Pereira e Cordeiro, citados por Costa (2020), o *Geogebra* pode ser utilizado em qualquer nível de ensino, portanto pode ser usado no ES.

Outro factor que pode auxiliar a aprendizagem da Geometria é a formação contínua dos professores, pois por meio de cursos é possível apresentar-lhes diferentes formas de se ensinar, refere Pouzada, citado por Costa (2020), e assim é possível transformar os professores em profissionais críticos e mais competentes para a sua actuação nas salas de aula.

Para que a aprendizagem de facto se concretize, é necessário que o aluno compreenda o conteúdo que está sendo ensinado. Não apenas memorizar e resolver mecanicamente exercícios de fixação do conteúdo, mas sim entender o significado e a importância do conteúdo. Nesse sentido é necessário que o professor saiba como conduzir as suas aulas de modo que o aluno chegue a entender o significado do que está sendo ensinado, é necessário que o professor conheça e aplique a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

2.4 A Teoria da Aprendizagem Significativa

Esta teoria descreve o comportamento teórico do processo da aprendizagem cognitiva, a partir do raciocínio dedutivo do sujeito, baseado no seu conhecimento prévio, ou seja, como o indivíduo aprende à medida que novos conhecimentos são incorporados em suas estruturas cognitivas, a partir de conhecimentos prévios relevantes, integrando novas informações em um complexo processo pelo qual aquele que aprende adquire conhecimento. (Ausubel, Novak & Hanesian e Masini citados por Da Silva, 2020)

Masini, citado por Da Silva (2020), diz que esta teoria tem a sua origem na insatisfação vivida por Ausubel em sua escolarização, que foi caracterizada pela ausência de condições que contribuíssem para o seu desenvolvimento profissional.

Ausubel, Novak & Hanesian, citados por Da Silva (2020), consideram que o processo formal de ensino baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa envolve muitas variáveis, de entre elas: os conhecimentos prévios relevantes do aluno, ambiente adequado, professor capacitado, material didático apropriado e potencialmente significativo, contexto sócio-económico no qual o aluno está inserido, entre outros. Essas variáveis são indissociáveis, uma depende e interfere na outra, mas se fosse possível separá-las, a mais relevante seria o conhecimento prévio do aluno, de modo que o novo conhecimento tenha sentido para o aluno.

“Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a apenas um princípio, eu diria isto: o factor isolado mais importante é o que aprendiz já sabe. Verifique isso e ensine-o de acordo.” (Ausubel, Novak & Hanesian, citado por Da Silva, 2020, pág. 3)

Os conhecimentos prévios relevantes para uma dada aprendizagem são chamados por Ausubel de subsunçores ou ideia-âncora. Os subsunçores são conhecimentos específicos, previamente existentes na estrutura cognitiva do sujeito e que permitem dar significado à um novo conhecimento, considera Moreira citado por Da Silva (2020). Tais conhecimentos prévios são guia ou apoio da aprendizagem de novos conteúdos.

No processo de aprendizagem significativa deve ocorrer uma interacção entre a nova informação e um subsunçor, e no final do processo tanto o subsunçor como a nova informação sofrem modificação, considera Valadares, citado por Da Silva (2020). Nesse caso, o aprendiz atribui à nova informação uma ideia, mais ou menos parecida com a ideia inicial que se pretendia transmitir. A aprendizagem significativa não acontecerá se o aprendiz não dispuser do subsunçor específico para integrar a nova informação.

Moreira, citado por Da Silva (2020), destaca duas condições necessárias para que haja aprendizagem significativa de acordo com a Teoria de Ausubel: Material de ensino potencialmente significativo e Predisposição do aluno para aprender.

Segundo Moreira, citado por Da Silva (2020), o material de ensino potencialmente significativo deve apresentar significado lógico, coerente, plausível e susceptível de se relacionar com qualquer estrutura cognitiva apropriada. Refere ainda que os materiais utilizados pelo professor (*slides*, manuais, livros, vídeos, simuladores virtuais, entre outros) devem ser previamente planeados de modo a atingir os seus objectivos e os conteúdos abordados nesses materiais têm de estabelecer, de alguma forma, relações com os conhecimentos prévios do aluno pois isso é que torna esse material potencialmente significativo. O conhecimento prévio pode e deve variar dependendo do meio social entre outros factores, nesse sentido, um material pode ser significativo para um aluno e não ser para outro. Entretanto, ainda que um material seja significativo para o aluno, Da Silva (2020) refere que para que ele aprenda de forma significativa é necessário que esteja predisposto a aprender.

Moreira, citado por Da Silva (2020), considera que a predisposição do aluno para aprender depende da vontade permissiva do aluno, ou seja, ainda que o aluno não goste da disciplina ele permite ser ensinado pelo professor, pois ele entende, ainda que superficialmente, que aquele conteúdo será útil na sua vida. Portanto, trata-se de uma atitude que precisa partir do próprio aluno. Valadares, citado por Da Silva (2020), destaca que a predisposição do aluno é muito importante pois para que o aluno aprenda significativamente ele tem que se esforçar para confrontar a nova informação com o subsunçor, analisar diferenças e semelhanças e estabelecer pontes entre o novo e o antigo conhecimentos.

Acredita-se que é da responsabilidade do professor assumir o compromisso com o favorecimento para a ocorrência da aprendizagem significativa, todavia esta aprendizagem só acontecerá se houver predisposição do aluno para aprender, e isto depende não só da acção do professor, mas da atitude do aluno.

Portanto, para que aluno aprenda de forma significativa, é preciso considerar três elementos fundamentais propostos pela Teoria da Aprendizagem Significativa, nomeadamente: os conhecimentos prévios do aluno, o material potencialmente significativo e a predisposição do aluno para aprender o conteúdo.

Nesta pesquisa, esta teoria foi usada na fase de análise de resultados de modo a se verificar se o currículo prescrito da disciplina de Matemática no ES prevê a leccionação de todos os conceitos básicos da Geometria que virão a ser subsunçores para a aprendizagem significativa dos conceitos ministrados em FG.

3. METODOLOGIA

3.1 Enfoque da investigação

Quando se pretende realizar uma pesquisa científica, é necessário fazer-se a escolha de uma orientação metodológica para estudar as formas de geração do conhecimento científico, ou seja, é necessário fazer-se a escolha do enfoque ou tipo de investigação.

O enfoque da investigação “constitui a direcção e a estratégia geral no ciclo completo do estudo, desde a abordagem do problema até a conclusão. Inclui ao método e responde ao tipo ou paradigma da investigação”. (Alvarenga, 2012, pág. 9)

Alvarenga (2012) considera que a escolha do enfoque é bastante importante. É através do enfoque definido que será feito o desenho da pesquisa, desde a amostra a ser usada, os instrumentos e locais de recolha de dados, a forma como serão apresentados, analisados e interpretados os dados, até a apresentação das conclusões da pesquisa.

Alvarenga (2012) considera dois enfoques de investigação: o enfoque quantitativo e o enfoque qualitativo. Entretanto, pode-se usar os dois enfoques numa pesquisa, tendo-se assim o enfoque misto ou quali-quantitativo.

A presente pesquisa é de cunho qualitativo, pois pretendeu-se aprofundar o que se sabe sobre o aproveitamento pedagógico em Geometria dos estudantes na disciplina de FG. Mais concretamente, a pesquisa visou aferir como é que a aprendizagem da Geometria no ES condiciona o aproveitamento pedagógico dos estudantes do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de FG. Para tal, procurou-se perceber dos estudantes os seus sentimentos, as suas ideias, as suas concepções e as explicações sobre como a sua aprendizagem em Geometria no ES ajudou a compreender os conteúdos da disciplina de FG. De igual modo, a pesquisa envolveu o docente de FG, buscando uma compreensão sobre o domínio dos conceitos básicos em Geometria por parte dos estudantes quando chegam à esta disciplina.

Como diz Alvarenga (2012, pág. 10) a pesquisa qualitativa, adequada para a análise de questões sociais, antropológicas, arqueológicas, culturais, psicológicas, criminalísticas e históricas,

(...) tenta descrever e compreender as situações e os processos de maneira integral e profunda, considerando inclusive o contexto que envolve a problemática estudada. No

processo de investigação incorpora a participação dos próprios sujeitos investigados. Analisa-se com eles a percepção que os mesmos têm da sua realidade, suas próprias vivências. (...) interessa conhecer como as pessoas pensam, sentem e agem, suas experiências, suas atitudes e crenças.

A pesquisa de enfoque qualitativo procura explicar o fenómeno estudado, ou seja, tem por objectivo compreender um determinado fenómeno ou uma determinada situação. Tal fenómeno ocorre numa sociedade e portanto, deve-se ter em conta a sociedade em que os sujeitos investigados estão inseridos e isso envolve a análise de factores sociais, políticos, culturais, económicos e históricos, procurando ter uma compreensão holística do problema, considerando o seu contexto. O investigador deve estabelecer uma relação próxima com os sujeitos investigados e ambas partes participam na pesquisa de forma activa. “Denomina-se paradigma fenomenológico porque estabelece o estudo da experiência humana e o seu significado.” (Alvarenga, 2012, pág. 50)

As investigações fenomenológicas, onde se enquadra a presente pesquisa, estudam a maneira como as pessoas entendem o seu mundo, suas vivências. Essas vivências são captadas de actos conscientes, como costumes, pensamentos, lembranças e sentimentos. Os comportamentos, costumes, atitudes e experiências de vida são examinadas tal como são sentidas pelos sujeitos investigados e “o significado dessas vivências constitui o núcleo central da investigação e são explorados pelo investigador e participantes até chegar à luz da interpretação.” (Alvarenga, 2012, pág. 51)

O desenho ou projecto de uma pesquisa qualitativa é flexível, podendo-se modificar o plano inicial de acordo com as necessidades que forem surgindo à medida que vai se explorando o problema. O que se pretende é uma transformação da realidade de modo a melhorar as condições de vida dos sujeitos envolvidos.

Para a operacionalização da presente pesquisa, fez-se a análise dos currículos de Geometria no ES na disciplina de Matemática e do currículo da disciplina de FG, procurou-se saber dos estudantes sobre as suas experiências em Geometria no ES e em FG através de questionários e entrevistas, administrou-se um inquérito ao docente de FG para saber dos conhecimentos prévios com os quais os estudantes chegam à disciplina, e, por fim, analisou-se como é que as experiências influenciaram as aprendizagens em FG.

3.2 Universo e amostra

Alvarenga (2012) define o universo como sendo a população que compõe um estudo, na qual se apresentam as características que se deseja estudar e sobre a qual se generalizará os resultados do estudo, podendo ser constituída por pessoas, famílias, animais, fichas pessoais, amostras laboratoriais, documentos, etc.

A amostra é uma parte da população, ou seja, é um subconjunto da população. Quando o número de indivíduos que constituem a população é elevado, toma-se uma amostra representativa da mesma, que constitui um grupo menor que possui as características da população na qual se colocará em prática a investigação, com o intuito de generalizar as descobertas à população estudada. O subconjunto que constitui a amostra deve ser um reflexo real do conjunto da população. (Alvarenga, 2012)

A amostra de uma pesquisa qualitativa é pequena e geralmente intencional. Não se pretende medir quantitativamente as variáveis, mas sim, perceber como é que os sujeitos investigados conhecem e interpretam a sua realidade; procura compreender as acções e atitudes dos sujeitos envolvidos no estudo.

Ao processo de extracção de amostras ou de selecção de elementos da população que devem pertencer a amostra denomina-se amostragem.

Nesta pesquisa, o universo são os trinta e seis estudantes inscritos na disciplina de FG do curso de Licenciatura em Matemática no ano lectivo de 2022. Todos os elementos da turma foram convidados a responder a um questionário e, com base nas respostas dadas, foi feita uma amostragem intencional dos principais participantes da pesquisa, aos quais foram aplicadas entrevistas à posterior.

Para Alvarenga (2012), a amostragem intencional consiste em compor uma amostra usando determinados critérios coerentes com os objectivos do estudo para escolher intencionalmente os elementos que apresentam características que são determinantes para a pesquisa.

Dos trinta e seis estudantes inscritos em FG, vinte e nove aceitaram fazer parte desta pesquisa e destes foram escolhidos seis para compor a amostra e passar à fase das entrevistas. Os estudantes que passaram à fase da entrevista são aqueles que ao responder o questionário:

- marcaram poucas opções (menos que quatro) na pergunta 2, pois isto significa que os estudantes apenas se lembram de poucos temas de Geometria estudados no ES;

- marcaram muitas opções (mais que cinco) na pergunta 3, pois isto significa que eles não se lembram de ter visto muitos conteúdos de Geometria no ES;
- responderam *não* na pergunta 6 e/ou *sim* na pergunta 7; pois isto significa que eles não realizaram demonstrações no ES e/ou tiveram muitas dificuldades em FG;
- que marcaram a opção e) na pergunta 9, pois estes apontam a fraca preparação em Geometria no ES como a principal causa das dificuldades que tiveram em FG.

Para a selecção dos elementos da amostra, teve-se em conta também os comentários pertinentes que alguns estudantes fizeram nas perguntas com espaços de comentários no questionário. Vide o questionário no Apêndice 1.

3.3 Recolha de dados

Os dados foram recolhidos no DMI e no Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano (MINEDH). Os instrumentos de recolha de dados no DMI foram: o plano curricular do curso de Licenciatura em Matemática, os questionários e as entrevistas aos estudantes, e o questionário aberto ao docente de FG. Já no MINEDH os instrumentos de recolha de dados foram os programas curriculares de Matemática do ES.

Uma vez que esta pesquisa tem a ver com o desempenho dos estudantes na disciplina de FG, foi-se em busca do plano temático desta disciplina no plano curricular do curso de Licenciatura em Matemática. Nesse plano temático procurou-se saber quais são os conteúdos programados bem como os objectivos da disciplina e as metodologias sugeridas para as aulas.

Tal como já se fez referência no Capítulo 1, o principal objectivo desta pesquisa é analisar como é que as experiências em Geometria no ES influenciam as aprendizagens dos estudantes do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de FG, portanto havia necessidade de se fazer uso de um instrumento de recolha de dados através do qual os estudantes pudessem relatar as suas experiências do ES e como foi a sua frequência na disciplina de FG. Nesse sentido, aos estudantes de FG primeiro foi aplicado um questionário seguido de uma entrevista.

O principal objectivo da aplicação dos questionários, onde pretendeu-se saber dos estudantes que conceitos de Geometria tiveram na disciplina de Matemática no ES e como foi a sua frequência em FG, era de fazer a escolha mais acertada possível dos seis elementos da amostra. Neste tipo de pesquisa em que se pretende perceber a influência das experiências

vividas pelos estudantes no ES no seu desempenho em uma disciplina no ensino superior, as informações dadas nos questionários não seriam suficientes, ou seja, não seria suficiente saber quantos estudantes tiveram dificuldades num determinado conceito ou ainda quantos estudantes reprovaram na disciplina, pois há informações bastante importantes que podiam ficar de lado. Daí a necessidade de se aplicar uma entrevista (o principal instrumento de recolha de dados aos estudantes) àqueles estudantes que deram informações pertinentes à pesquisa nas respostas ao questionários. Nesse sentido, feita a amostragem, foram administradas entrevistas aos seis estudantes que compuseram a amostra, com os quais procurou-se informações mais aprofundadas sobre as suas experiências de aprendizagem de Geometria no ES e em FG e como é que eles pensam que as suas experiências no ES influenciaram no seu desempenho na disciplina de FG. (vide o questionário no Apêndice 1 e a entrevista aos estudantes no Apêndice 2)

Para Bardin (2011), a entrevista é uma fala relativamente espontânea, com um discurso falado, que o entrevistado orchestra mais ou menos à sua vontade, acrescentando que se trata de um encontro entre duas pessoas, entrevistador e entrevistado, a fim de que o primeiro obtenha informações do segundo sobre determinado assunto. Este autor refere ainda que na entrevista o entrevistado “diz eu” com o seu próprio sistema de conhecimentos, os seus processos cognitivos, os seus sistemas de valores bem como de representações. A entrevista é carregada de muita subjectividade, trata-se de uma “encenação livre do que esta pessoa viveu, sentiu e pensou a propósito de alguma coisa” (Bardin, 2011, pág. 93).

O questionário pode ser considerado um tipo de entrevista escrita. No questionário “são aplicadas as mesmas perguntas, na mesma ordem e com a mesma formulação, a todos os indivíduos” (Alvarenga 2012, pág. 77). Tais perguntas podem ser abertas, quando o entrevistado responde à luz da sua experiência, ou fechadas, quando cada pergunta apresenta duas ou mais opções de resposta.

O questionário aos estudantes elaborado para esta pesquisa era de perguntas fechadas, ou seja, todas as questões apresentavam alternativas de respostas. Entretanto, a última alternativa de resposta das perguntas 3 e 9, designada OUTROS, foi um espaço disponibilizado para o estudante responder de forma livre, caso a sua resposta não fizesse parte das alternativas disponibilizadas e as perguntas 4, 5, 6, 7 e 10 apresentavam um espaço de comentário. Tal como se explica na secção anterior, as respostas dadas nos questionários nas perguntas

fechadas e os comentários pertinentes à pesquisa foram usados para fazer a selecção dos seis estudantes que compuseram a amostra e passaram à fase da entrevista. Esses comentários pertinentes também foram usados na fase de análise dos dados para sustentar as interpretações que a pesquisadora fez dos resultados obtidos.

Já o questionário elaborado para o docente de FG era de perguntas abertas, ou seja, todas as perguntas elaboradas são de respostas abertas. Com o questionário ao docente de FG pretendeu-se saber, pela sua experiência, se os estudantes vêm do ES com domínio dos conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem dos conteúdos de FG e as principais dificuldades por eles apresentadas. (vide o questionário ao docente de FG no Apêndice 3).

Nos programas curriculares do MINEDH para a disciplina de Matemática do ES procurou-se ver os conteúdos de Geometria programados para o ES, bem como seus objectivos e metodologias sugeridas para as aulas. A partir destes programas procurou-se verificar se os conceitos básicos de Geometria, que são pré-requisitos para a aprendizagem dos conceitos ministrados na disciplina de FG, estão previstos para serem leccionados no ES e se tanto os conteúdos de Geometria no ES como as metodologias sugeridas permitem uma passagem suave do ES para a aprendizagem da Geometria na disciplina de FG.

3.4 Análise e interpretação de dados

A presente pesquisa tem enfoque qualitativo. Para fazer a análise dos dados recolhidos nas entrevistas aos estudantes e no questionário ao docente de FG foi usada a Análise de Conteúdo.

A análise de conteúdo, que privilegia as formas de comunicação oral e escrita,

é um conjunto de técnicas de análise de comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição de conteúdos das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens. (Bardin, 2011, pág. 48)

Na presente pesquisa as comunicações foram feitas por via de:

- Questionários, onde os estudantes fizeram comentários nas perguntas 4, 5, 6, 7 e 10. Tal como se referiu na secção anterior, os comentários pertinentes à pesquisa foram usados na análise dos dados recolhidos para sustentar as interpretações que a pesquisadora fez dos resultados obtidos;
- Entrevistas, onde pretendia-se saber dos estudantes, por exemplo, o que eles pensam que terá acontecido no ES, na disciplina de Matemática, que os terá levado a ter um bom ou fraco aproveitamento pedagógico em FG;
- Questionário ao docente de FG, onde pretendia-se saber, basicamente, se na sua percepção os estudantes de FG chegam à esta disciplina suficientemente preparados em termos de pré-requisitos de Geometria para frequentá-la.

Para Bardin (2011), o que serve de informação nas pesquisas qualitativas é a presença ou ausência de determinadas características do conteúdo num determinado fragmento de mensagem. Este autor considera que para fazer análise de entrevistas pode-se proceder a uma análise de conteúdo clássica, privilegiando a repetição de frequência de temas nas respostas dos entrevistados.

Para analisar os dados qualitativos das entrevistas desta pesquisa primeiro foi verificada a frequência com que surgiram determinados termos ou expressões. Segundo Bardin (2011) esta técnica, de verificação de frequência de certas características nas respostas das entrevistas, é uma forma importante de análise de conteúdo, porém pode se perder parte da riqueza de informação específica, deixando escapar o original, o latente e o contextual. Portanto, é preciso completar a análise de frequência. Bardin (2011) sugere que se faça a análise de conteúdo usando o método das categorias, o método através do qual se toma em consideração a totalidade de um texto e faz-se uma classificação de elementos significativos segundo critérios que ajudem a organizar as informações recolhidas de modo a dar significado ao conteúdo. O mesmo autor acrescenta que as referidas categorias são construídas segundo critérios com base no que se procura ou se espera encontrar nas entrevistas, pois o interesse da análise de conteúdo está no que o conteúdo pode ensinar após ser tratado.

Tal como se referiu acima, foi usada a análise de conteúdo para a análise dos dados qualitativos recolhidos em discursos falados, isto é, em entrevistas aos estudantes. Segundo Silva et al (2005), a análise de conteúdo (ou de discurso) propicia o surgimento de teorias que ajudam a analisar as declarações dos actores sociais de forma mais eficiente, com base na sua interpretação sobre a própria realidade: a Teoria das Representações Sociais e a Teoria da Acção. “Tais teorias fundamentam a análise de conteúdo como método de análise do discurso declarado dos actores sociais.” (Silva et al, 2005, pág. 70). Na presente pesquisa foi usada a Teoria das Representações Sociais, pois o principal objectivo das entrevistas era de perceber dos próprios estudantes o que poderá ter contribuído para as dificuldades ou facilidades de aprendizagem dos conteúdos de FG e também o que poderá ter contribuído para o seu sucesso ou insucesso nesta disciplina.

As representações sociais apresentam-se no interior da psicologia social; consistem em teorias de senso comum, através das quais os actores sociais interpretam a sua realidade e as realidades sociais, considera Moscovici, citado por Silva et al (2005).

Segundo Leme, citado por Silva et al (2005), as representações sociais são sistemas de crenças e mitos das sociedades tradicionais, são uma forma de versão contemporânea de senso comum. O acto de representar é um “processo activo, uma reconstrução do dado em um contexto de regras, valores, associações e reacções”. (Leme, citado por Silva et al, 2005 pág. 71)

“A representação social enfatiza a visão do sujeito activo e criativo na sociedade” (Silva et al, 2005, pág. 72). Para Sawaia, citado por Silva et al (2005), a função das representações sociais é tornar familiar ou não familiar, sendo que os objectos e os fenómenos são reconhecidos e compreendidos com base em encontros anteriores, criando informações e nos familiarizando com o estranho de acordo com a cultura dos sujeitos envolvidos.

Portanto, as representações sociais têm a ver com a forma como o indivíduo interpreta a sua realidade, de acordo com as regras, os valores e as crenças da sua sociedade, ou seja, as representações sociais estão no intermédio entre o psicológico e o social e buscam a compreensão da realidade do ponto de vista dos entrevistados a partir do discurso declarado por eles mesmos.

Nesta pesquisa, a Teoria das Representações Sociais foi usada para perceber como os estudantes de FG representam a realidade que viveram quando frequentaram a disciplina de FG. Portanto, as perguntas que guiaram às entrevistas aos estudantes foram elaboradas no sentido de os estudantes poderem relatar sobre como foi frequentar a disciplina de FG, que dificuldades tiveram e o que as originou. Após a recolha dos dados das entrevistas, os dados foram analisados colocando como foco os estudantes e a forma como eles interpretam as suas experiências de aprendizagem em Geometria no ES e em FG. Ou seja, a análise dos dados girou em torno de como é que cada estudante representa as suas experiências de aprendizagem de Geometria no ES e em FG.

Bardin (2011) diz que a utilização da análise de conteúdo é organizada em três fases fundamentais: a pré-análise; a exploração do material; e o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

Segundo Bardin (2011), a pré-análise consiste na organização de todos os materiais a serem utilizados para a recolha de dados, assim como outros materiais que podem ajudar a entender melhor o fenómeno e fixar o *corpus* onde o pesquisador deve centrar a sua investigação.

A seguir à pré-análise, Bardin (2011) refere que faz-se a exploração do material reunido, que constitui o *corpus* da pesquisa, sob orientação das perguntas de pesquisa e pelo referencial teórico, buscando sínteses coincidentes e divergentes de ideias.

O tratamento dos resultados obtidos, inferência e interpretação são descritos por Bardin (2011) como a fase da análise propriamente dita e como a última fase da análise de conteúdo. O analista trata os resultados brutos de modo a se tornarem significativos e fiéis. A seguir, o analista pode propor inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos.

Yin (2016), apresenta a análise de Conteúdo na mesma perspectiva que Bardin (2011), sendo que Yin (2016) apresenta mais fases de análise, ou seja mais detalhes, para a utilização da análise de conteúdo. Para fazer a análise de conteúdo dos dados qualitativos recolhidos na presente pesquisa, irá recorrer-se ao esquema apresentado por Yin (2016) abaixo:

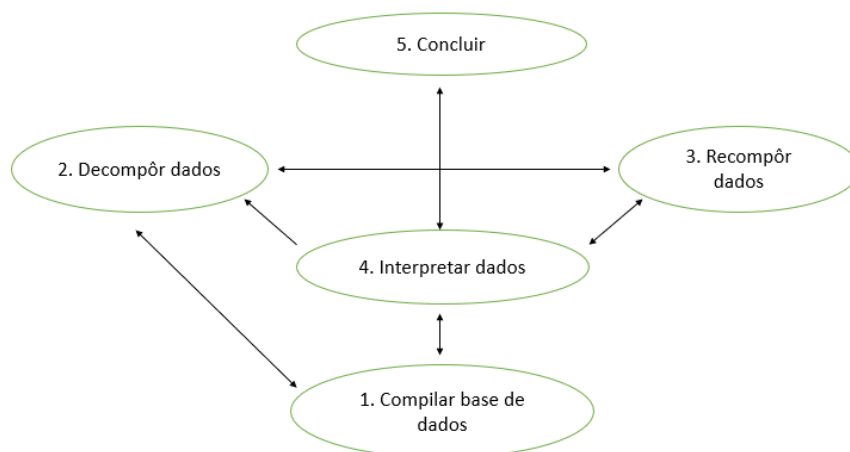


Figura 1: Esquema de Análise de Conteúdo de Yin (2016)

A seguir são apresentadas as explicações de Yin (2016) sobre como funciona cada fase referida no esquema acima.

Yin (2016) refere que após a recolha de dados qualitativos, o primeiro passo da análise dos mesmos é *compilação* e classificação das notas de campo reunidas no trabalho de recolha de dados, isto é, colocar os dados em ordem. No caso desta pesquisa, primeiro fez-se a pré-análise referida por Bardin (2011), ou seja, organizou-se todos os instrumentos de recolha de dados e fez-se a respectiva recolha. De seguida compilou-se o *corpus* da pesquisa, referido por Bardin (2011), constituído por programas curriculares de Geometria no ES, o plano temático de FG, as transcrições das entrevistas aos estudantes e o questionário ao docente de FG. De seguida fez-se a classificação e a compilação dos dados, para tal a pesquisadora começou por verificar as respostas de todos os estudantes entrevistados para cada pergunta de modo a verificar similaridades e diferenças nas respostas dos estudantes.

Yin (2016) refere que a seguir deve-se *decompor* os dados e *recompô-los* de modo a se conseguir dar a um significado aos dados em relação ao problema em questão. Esta é a fase de exploração do material referida por Bardin (2011). Nesta pesquisa, após compilar os dados, os mesmos foram apresentados sob orientação das perguntas de pesquisa. Dada a sua complexidade, os dados recolhidos nas entrevistas aos estudantes em particular (que tem a ver com a segunda pergunta de pesquisa), foram decompostos e recompostos fazendo-se agrupamentos dos mesmos em categorias segundo suas características. Uma das categorias construídas para a apresentação dos resultados foi “Teoremas e Demonstrações”, sendo que a construção desta categoria foi baseada nos relatos dos estudantes uma vez que os

entrevistados relataram ter tido muitas dificuldades em fazer demonstrações e em relacionar teoremas.

Yin (2016) diz que de seguida faz-se a *interpretação dos dados*. Esta fase envolve o uso do material decomposto para criar uma nova narrativa apoiada da recomposição feita na fase anterior, ou seja, o pesquisador procura tornar os seus resultados significativos e válidos. Esta é a fase de tratamento dos resultados obtidos, inferência e interpretação descrita por Bardin (2011) e tal como este autor, Yin (2016) também considera que a interpretação é a fase de análise propriamente dita. Yin (2016) considera que interpretar é a arte de dar o seu próprio significado à seus recompostos e as interpretações são dedicadas a explicar como e/ou porquê fenómenos ocorrem. Nesta pesquisa, a análise de dados foi feita tendo em conta a Teoria das Representações Sociais, ou seja, interpretando as representações sociais que os estudantes constroem da realidade que viveram em FG. Para fazer esta análise recorreu-se à títulos inspirados nas categorias usadas para a apresentação dos dados das entrevistas aos estudantes, pois as suas experiências foram o foco desta pesquisa. Um dos títulos na análise de dados é “Dificuldades de aprendizagem em FG”; neste título foram analisados todos os tipos de dificuldades referidos pelos estudantes e apresentados na categoria “Teoremas e Demonstrações” e pelo docente de FG ao responder o questionário aberto.

Por fim faz-se a *conclusão*, de forma narrativa. Nesta pesquisa, a conclusão foi feita de modo a responder as perguntas de pesquisa através das quais respondeu-se à pergunta de partida, atingindo-se assim o objectivo geral da pesquisa. É na conclusão onde a pesquisadora faz inferências da interpretação que fez dos resultados da pesquisa.

4. RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os dados colhidos através dos instrumentos de recolha de dados indicados na secção 3.3 desta pesquisa. Os resultados serão apresentados tendo em conta: os conteúdos plasmados nos planos temáticos de FG e a relação com os programas de Geometria no ES, as experiências dos estudantes em Geometria no ES e em FG e a narrativa do docente de FG. A apresentação dos resultados será acompanhada de uma análise preliminar dos mesmos.

4.1 Conteúdos plasmados nos planos temáticos de FG e a relação com os programas de Geometria no ES

O plano temático da disciplina de FG contém dez temas de Geometria plana, conforme pode se ver na Secção 1.2 desta pesquisa e repassamos abaixo. (Vide o plano temático da disciplina de FG, extraído do Currículo de Licenciatura em Matemática, no Anexo 2)

Temas de FG (currículo de 2012)

1. Rectas, semi-rectas, segmentos de recta, ângulos
2. Triângulos
3. Quadriláteros e outros polígonos
4. Circunferência e círculo
5. Perímetros e áreas
6. Vectores
7. Transformações isométricas (simetrias, translação, rotação)
8. Semelhança de figuras
9. Lugares geométricos básicos
10. Trigonometria

A disciplina de FG é leccionada em aulas teóricas, práticas e laboratoriais, aplicando o *software Geogebra*, sendo um dos objectivos da disciplina capacitar os estudantes na demonstração de teoremas.

Na mesma secção, 1.2, foram apresentados os cinco temas de Geometria plana plasmados nos programas curriculares da disciplina de Matemática no ES, nomeadamente: Circunferência e Círculo, Congruência de triângulos e Teorema de Pitágoras, Quadriláteros, Semelhança de

triângulos e Trigonometria, (Vide os conteúdos dos programas de Geometria, extraídos dos Programas curriculares de Matemática no ES, no Anexo 3). Analisando os conteúdos plasmados nos programas de Geometria no ES, verifica-se que os conceitos básicos de Geometria que constituem pré-requisitos para a aprendizagem dos conceitos ministrados em FG estão previstos para serem leccionados no ensino básico. Apesar de os temas Vectores, Transformações Isométricas (simetrias, translação e rotação) e Lugares Geométricos Básicos não fazerem parte dos programas do ES com essas nomenclaturas, a noção dos seus conceitos é dada ao longo de outros temas no ES. Por exemplo, a noção de simetria e translação é dada no tema Função Quadrática na 10^a classe.

4.2 Experiências dos estudantes em Geometria no ES e em FG

Nesta secção serão apresentados os dados recolhidos nas entrevistas aos estudantes. Como os estudantes de FG são o foco desta pesquisa e dada a complexidade destes dados, uma vez que estão carregadas de informação variada, a presente secção será apresentada fazendo-se a recomposição dos dados, ou seja, agrupamentos dos dados em categorias construídas segundo as características dos dados.

De recordar que foram entrevistados seis estudantes seleccionados de forma intencional de entre os vinte e nove estudantes da turma de FG do ano lectivo de 2022 que responderam ao questionário. Assim, passaram para a fase de entrevistas os estudantes que marcaram nos questionários:

- poucas opções (menos de quatro) na pergunta 2, que trata dos conteúdos que os estudantes se lembram de ter estudado no ES;
- muitas opções (mais de cinco) na pergunta 3, que trata dos conteúdos que os estudantes não se lembram de ter estudado no ES;
- *não* na pergunta 6, que revela que os alunos não tiveram demonstrações de teoremas no ES e/ou *sim* na pergunta 7, que revela que os estudantes tiveram muitas dificuldades em FG;
- a opção e) na pergunta 9, que trata da opinião dos estudantes quantos aos factores que influenciaram as suas dificuldades em FG.

Também foram chamados à entrevista os estudantes que fizeram comentários pertinentes à pesquisa nas perguntas que tinham espaço para tal. Estes comentários pertinentes dos

questionários também serão apresentados, sempre que possível, de modo a dar mais sustento aos resultados das entrevistas.

Conhecimentos prévios

Na pergunta 1 da entrevista, os estudantes foram questionados sobre os temas de Geometria que se lembravam ter estudado no ES e as principais respostas dos estudantes (cinco dos seis estudantes entrevistados) foram Teorema de Pitágoras e Trigonometria. Ademais, aquando das respostas dos questionários parte considerável da turma referiu também se lembrar de conteúdos desses dois temas.

Entretanto, o currículo prescrito de Matemática no ES prevê muitos outros temas de Geometria para além destes dois, conforme se pode ver na tabela 2 da secção 1.2 e na secção 4.1.

Métodos de ensino

Na pergunta 2, pedia-se que os estudantes comparassem os métodos de leccionação de Geometria na disciplina de Matemática no ES e na disciplina de FG. Esta questão foi feita para perceber quais foram as diferenças nos métodos de leccionação de Geometria e como essas diferenças influenciaram no processo de ensino-aprendizagem no ensino superior. Todos os entrevistados afirmaram que havia muitas diferenças, sendo que as principais eram: a dinâmica das aulas em FG e a pouca prática em Geometria que traziam do ES; a forma superficial como os conteúdos foram tratados no ES em contraposição do aprofundamento dos mesmos em FG, passando a contar inclusive com demonstrações; a quantidade de temas vistos em FG que supera a quantidade de temas dos programas do ES e a introdução de definições de conceitos em FG.

Já era de se esperar que os estudantes dissessem que os métodos de leccionação de Geometria entre o nível secundário e o superior foram diferentes pois é natural que as formas de leccionação sejam mesmo diferentes, dado que se trata de níveis diferentes de ensino e, além disso, os conteúdos são mais aprofundados e mais detalhados no ensino superior. O preocupante neste caso são algumas justificações dadas pelos estudantes, principalmente quando afirmam que tiveram Geometria de forma superficial no ES, com pouca prática, e que

tiveram poucos temas de Geometria no ES em relação ao que deviam ter tido; como mostram alguns extractos de questionários e de entrevistas:

No ensino secundário não tive geometria com intensidade certa os professores não aprofundaram.

Geralmente muitos dos professores saltavam as matérias referentes à geometria.

Sim. No ES tive ^{pouca} geometria e esta pouca geometria foi muito desfiada.

De acordo com os estudantes, alguns temas dos programas de ES não foram tratados naquele nível, tendo acrescentado que descobriram durante as aulas de FG que não conheciam conceitos básicos de Geometria necessários para compreensão dos conceitos ministrados em FG, que deviam ter sido aprendidos no ES.

Outra justificação dada foi que no ES não aprenderam as definições de alguns conceitos básicos da Geometria, como circunferência, círculo e polígono, o que também se verificou com muitos estudantes na fase dos questionários. A aprendizagem de definições de conceitos matemáticos é importante porque complementa a imagem que o estudante constrói do conceito, ajudando na percepção dos conceitos.

Teoremas e Demonstrações

Os estudantes foram chamados a responder sobre as dificuldades que tiveram na disciplina de FG na pergunta 6. As principais dificuldades apontadas pelos estudantes foram: fazer demonstrações; relacionar a teoria com a prática e a aprendizagem de alguns conteúdos como os lugares geométricos, as translações, a isometria, a homotetia e os teoremas sobre triângulos por se tratar de novidades para eles. Conforme se pode ver no extracto abaixo:

Demonstrações. Muitos teoremas e definições eram totalmente novos: lugares geométricos; relacionar os teoremas e a prática, como usar esses teoremas na resolução de exercícios. É que as matérias eram totalmente novas.

Todos os entrevistados, e todos os que responderam ao questionário, apontaram as demonstrações como uma das principais dificuldades que tiveram. Ademais, apesar de os programas curriculares do ES para a disciplina de Matemática preverem que se façam algumas demonstrações de teoremas de Geometria durante as aulas, tal como é o caso da demonstração do Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um Quadrilátero por exemplo, um teorema que é dado na 9ª classe, apenas um de entre os vinte e nove estudantes que responderam ao questionário disse que já tinha visto uma demonstração em Geometria no ES.

Os entrevistados relataram que não conseguiam relacionar algumas definições e teoremas e relacionar teoremas entre si, justificando que essa dificuldade advinha do facto de estarem a ver esses conteúdos pela primeira vez, como pudemos ver no extracto acima.

Realmente alguns dos conteúdos por eles indicados eram novos, entretanto outros como homotetia por exemplo está previsto no programas curriculares de Matemática no ES.

Os estudantes entrevistados também afirmaram que não conseguiam relacionar a teoria com a prática. Ora, para se fazer essa relação é necessário que em primeiro lugar a teoria (ou seja, os conceitos) seja bem compreendida pelos estudantes, não apenas à nível de visualização ou da análise de como se deve fazer a substituição de fórmulas mas também é necessário que os estudantes sejam capazes de fazer deduções formais e de trabalhar com conteúdos abstractos, o que também ajuda bastante a resolver exercícios de demonstrações.

Sentimentos dos estudantes

Na pergunta 4 os estudantes foram chamados a responder sobre como se sentiram ao frequentar a disciplina de FG. As respostas dadas indicam que no geral a experiência não foi boa, que não foi fácil nem agradável frequentar a disciplina. Os sentimentos relatados pelos estudantes entrevistados referem-se à medo, terror e atribulações provocados pelas dificuldades na aprendizagem de muitos conteúdos de FG, sendo que um dos estudantes disse que sentiu-se aterrorizado pois a cada aula ficava mais confuso dado que o que era normal

para os docentes era totalmente novo e difícil para ele. Como evidenciam os extractos a seguir:

Senti-me ^{em}tribulações, não foi fácil. Houve um dia que toda a turma soube que um Δ equilátero também é um Δ isósceles. E nós não sabíamos e saímos da aula muito stressados.

No ano passado foi um terror, a cada aula ficava mais confusa pois os professores davam as aulas como se aquilo fosse algo normal e fácil mas para mim era tudo novo, pior as demonstrações.

Na pergunta 5, os estudantes foram questionados se se sentiriam à vontade em voltar a frequentar a disciplina. Tanto os estudantes aprovados como os reprovados responderam a pergunta e foram unânimes ao afirmar que se sentiriam à vontade em voltar a frequentar a disciplina, apesar da experiência não muito agradável retratada nas respostas da pergunta 4. A justificação dada por quatro dos seis estudantes entrevistados foi de que após frequentar a disciplina de FG foram descobrir que afinal os conceitos básicos da Geometria e que constituem pré-requisitos para a aprendizagem dos conceitos ministrados em FG estão programados para serem leccionados no ensino básico, e que portanto já sabiam onde buscar as bases que lhes facilitariam a compreensão dos conteúdos de FG.

Felizmente os estudantes entrevistados nesta pesquisa mostraram que não desistiram de aprender os conteúdos de FG, apesar das dificuldades que tiveram e que nalguns casos resultaram em reprovações, e se mostraram dispostos a repetir a disciplina pois eles encontraram bases de apoio para a aprendizagem desses conteúdos, uma vez que descobriram que afinal muitos dos conteúdos que desconheciam deviam ter sido aprendidos no ES.

Relato dos estudantes sobre como a Geometria do ES influenciou no seu desempenho em FG

Tal como se referiu na Metodologia, os estudantes tiveram a oportunidade de apresentar as representações sociais que construíram sobre as suas experiências em Geometria tanto no ES

como em FG ao responder as entrevistas. Pretendia-se saber como é que os estudantes, cada um de modo particular, representam a realidade que vivenciaram em FG e o que eles pensam que pode tê-los levado às dificuldades ou facilidades e sucessos ou insucessos que tiveram na disciplina de FG.

Na pergunta 3 da entrevista, os estudantes foram questionados se achavam que o que aprenderam em Geometria no ES ajudou a perceber os conteúdos da disciplina de FG. O objectivo desta pergunta era perceber dos estudantes como eles acham que o que aprenderam em Geometria no ES influenciou o seu desempenho em FG. Dos seis estudantes entrevistados, cinco responderam que a sua aprendizagem em Geometria no ES não lhes ajudou na aprendizagem em FG, sendo que quatro estudantes justificaram dizendo que tiveram pouca Geometria no ES, e destes um disse que quando frequentou FG sentiu-se como se nunca tivesse estudado Geometria na vida e que aquilo que teve no ES não lhe fez diferença em FG; conforme mostram os extractos abaixo

Pra mim não ajudou. Hoje em dia deu explicação de Matemática em casa e vejo que muitas das matérias de FG tem sua inicialização no ES mas eu não tive. Me lembro mais da Geometria da escola primária, na secundária não tive quase nada de Geometria.

Não. Por ex. eu não sabia a diferença entre recta, semi-recta e segmento de recta, e são coisas básicas. É como se não tivesse tido geometria no ES, aquilo que tive lá não me fez diferença.

Ademais, os próprios estudantes afirmaram, aquando das respostas do questionário, que o principal factor que os levou a ter dificuldades em FG foi a fraca preparação em Geometria no ES.

Como pudemos ver, a grande maioria dos estudantes afirmou de forma firme que o que aprenderam em Geometria no ES não lhes ajudou na aprendizagem dos conceitos em FG, justificando que tiveram pouca Geometria em relação ao que deviam ter tido, sugerindo assim que as aulas de conteúdos de Geometria foram dadas de forma superficial ou que podem não ter sido dadas.

4.3 Narrativa do docente de FG

O docente de FG relata que nos seus dez anos de experiência nesta disciplina tem recebido estudantes com uma fraca preparação em conteúdos ligados à Geometria. Diz que os estudantes chegam à disciplina sem conhecer as principais propriedades de figuras geométricas e sem saber demonstrar propriedades simples, mas que conseguem visualizar a figura geométrica quando o nome é mencionado.

Segundo o docente de FG, para considerar-se que os estudantes estão preparados para frequentar esta disciplina, eles devem chegar à esta disciplina conhecendo as principais propriedades e as definições de figuras geométricas.

O docente de FG relata ainda que os estudantes têm muitas dificuldades em fazer demonstrações, acrescentando que um dos principais objectivos desta disciplina é fazer demonstrações de propriedades de Geometria.

Tal como os estudantes, o docente de FG também considera que o fraco aproveitamento dos estudantes em FG tem origem no ES. Para ele, os conteúdos de Geometria têm pouca carga horária e são pouco avaliados nos exames no ES.

Lembremos que os estudantes de FG, portanto da UEM, são oriundos de províncias e de escolas diferentes, nesse sentido podemos estar diante de um problema nacional e não de um ou outro aluno, um ou outro professor ou ainda uma ou outra escola em particular. Nesse sentido, a pesquisadora vê a necessidade de analisar os elementos de avaliação do processo de ensino-aprendizagem, concretamente os exames nacionais do ES, de modo a verificar como os mesmos podem ter influenciado a leccionação e a aprendizagem da Geometria plana no ES, ou seja, pretende-se verificar as alegações do docente de FG que considera que os conteúdos de Geometria são pouco avaliados nos exames do ES e analisar como isso influencia na prática docente dos professores do ES.

A seguir são apresentados alguns exames de Matemática da 10^a classe, visto que no currículo do ES a Geometria está distribuída ao longo do primeiro ciclo, ou seja, 8^a à 10^a classe, sendo o exame realizado na 10^a classe. Tendo em conta que os estudantes de FG no ano 2022 frequentaram a 10^a classe no máximo até ao ano 2019, vamos visitar os exames da primeira e

segunda épocas de 2019, 2018 e 2017 (vide os enunciados dos exames no Anexo 4). Vide a seguir a descrição das perguntas de Geometria plana nesses exames:

Ano	Pergunta de Geometria Plana	Tema	Classe
2017 1ª época	Na pergunta 4 é apresentado um exercício para encontrar as medidas dos ângulos internos dum trapézio isósceles.	Quadriláteros	9ª
2017 2ª época	Nenhuma	—	—
2018 1ª época	Na pergunta 2 é apresentado um exercício para encontrar as medidas de um dos ângulos internos dum quadrilátero irregular, dadas as medidas dos outros três ângulos.	Quadriláteros	9ª
2018 2ª época	Na pergunta 3 é apresentado um exercício para encontrar as medidas dos ângulos internos dum paralelogramo.	Quadriláteros	9ª
2019 1ª época	Nenhuma	—	—
2019 2ª época	Nenhuma	—	—

Observação: Nos exames de 2019 são apresentadas perguntas de múltipla escolha sobre posições relativas entre planos, rectas no espaço e entre uma recta e um plano. O conteúdo dessas perguntas é dado no último tema da 10ª classe, intitulado Geometria espacial, e esse tema não faz parte dos temas em estudo nesta pesquisa.

Como pudemos ver acima, os conteúdos de Geometria foram avaliados em alguns exames da 10ª classe, e sempre com perguntas do mesmo tema, Quadriláteros, e com enunciados que pediam para encontrar amplitudes de ângulos internos.

5. DISCUSSÃO

Esta pesquisa teve o seu início pelo facto de se ter verificado que a disciplina de FG apresentava um fraco aproveitamento pedagógico há vários anos. Daí que procurou-se perceber o que poderia ter levado os estudantes a terem esses resultados, tendo se considerado a seguinte pergunta de partida:

Como é que as experiências em Geometria no ES influenciam as aprendizagens dos estudantes do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de FG?

A partir desta pergunta foram definidas as perguntas de pesquisa e recolhidos os dados nos planos temáticos de Geometria no ES e em FG e através de questionários e entrevistas ao docente e aos estudantes de FG.

As experiências dos estudantes foram o foco desta pesquisa e a análise dos dados foi feita tendo em conta as representações sociais que os estudantes fazem das experiências que viveram em FG. A análise apresentada a seguir é feita recorrendo à títulos inspirados nas categorias usadas para a apresentação dos resultados das entrevistas aos estudantes.

Conhecimentos prévios dos estudantes em Geometria

Como pudemos ver nos resultados, os estudantes de FG lembram-se mais de ter estudado os temas Teorema de Pitágoras e Trigonometria em relação aos outros temas de Geometria dados no ES, apesar de o currículo prescrito de Matemática no ES prever outros temas de Geometria para além destes dois, conforme se pode ver na tabela 2 da secção 1.2, o que pode significar que são os temas que os estudantes, em geral, entenderam com mais facilidade.

Estas memórias também podem dever-se ao facto de estes conteúdos estarem ligados à cálculos e fórmulas e, na opinião da pesquisadora (pela experiência que tem como docente de Matemática), os estudantes têm mais facilidade de memorizar, compreender e aplicar conteúdos que envolvem cálculos e fórmulas em relação aos mais teóricos, como por exemplo os conteúdos do tema Congruência de triângulos.

Mas estas memórias também podem dever-se ao facto de estes dois conteúdos terem sido mais trabalhados nas aulas em relação à outros conteúdos e/ou pode significar que os outros conteúdos foram leccionados de forma superficial ou simplesmente não foram leccionados. Isso traz consequências negativas, como por exemplo os estudantes não compreenderem ou

terem muitas dificuldades para aprender os conteúdos de FG, originando falta de motivação para assistir as aulas seguintes e a considerarem que os conteúdos de FG são muito difíceis. Esses dois factores são indicados por Frassatto (2012) como causas das dificuldades de aprendizagem da Matemática e da Geometria em particular. Os aspectos mencionados dificultam a aprendizagem de muitos conteúdos de FG, o que pode explicar as altas percentagens de reprovações em FG nos últimos anos, conforme se pode ver na tabela 1 da secção 1.2 desta pesquisa.

Métodos de ensino segundo os estudantes

Os estudantes de FG afirmaram que a forma como tiveram Geometria no ES é muito diferente da forma como estudaram em FG, o que já era de se esperar já que trata-se de níveis de escolaridade diferentes. Eles justificam essa diferença afirmando que tiveram Geometria de uma forma superficial no ES, com pouca prática, que tiveram poucos temas em relação ao programado (tendo descoberto isso após frequentar FG) e que chegaram à disciplina de FG sem conhecer as definições de alguns conceitos básicos da Geometria. Isso é bastante preocupante, pois significa que os programas curriculares de Geometria no ES podem não ter sido cumpridos ou então que a sua leccionação não teve o aprofundamento necessário de modo a garantir a sua aprendizagem, daí o desconhecimento ou esquecimento destes conteúdos resultando em dificuldades na aprendizagem dos conteúdos que dependem desses conhecimentos na disciplina de FG.

Segundo o docente de FG, para considerar-se que um estudante está preparado para frequentar a disciplina de FG, este deve chegar à disciplina conhecendo as principais propriedades e as definições formais de figuras geométricas, o que se enquadra no nível de Ordenação da Teoria de Van Hiele. O que também é bastante preocupante nas justificações dos estudantes referidas no parágrafo anterior é que, se por um lado os estudantes de FG devem chegar a disciplina de FG conhecendo as definições formais de figuras geométricas, por outro lado muitos estudantes afirmaram que não conheciam algumas definições de figuras geométricas, como é o caso das definições de circunferência, círculo e polígonos, o que significa que os estudantes chegam à disciplina de FG sem o nível desejado. Esses conceitos constituem base para a construção e a aprendizagem da Geometria, pelo que a falta de domínio das definições desses conceitos significa que os estudantes não têm bases suficientes para a compreensão dos conteúdos que fazem uso desses conceitos. Ou seja, isso

significa que os estudantes não têm todas as bases para a aprendizagem dos conteúdos leccionados em FG, uma vez que não dispõem de todos os subsunçores (conhecimentos prévios que o aprendiz deve dispor no seu sistema cognitivo que permite dar significado à um novo conhecimento) específicos para a aprendizagem das mesmas.

Ausubel, Novak & Hanesian, citados por Da Silva (2020), consideram que para que a aprendizagem de um novo conhecimento seja significativa o aprendiz precisa ter, no seu sistema cognitivo, os subsunçores necessários para tal. Mas as afirmações dos estudantes mostram que eles não tinham todos os subsunçores para a aprendizagem de muitos conteúdos de FG. Conforme vimos no capítulo dos Resultados, os conceitos básicos de Geometria que constituem pré-requisitos à aprendizagem dos conceitos leccionados em FG estão previstos nos programas de ensino do ES e isso significa que os subsunçores de muitos conteúdos de FG deviam ter sido aprendidos pelos estudantes no ES, o que não aconteceu segundo os relatos dos estudantes. Portanto, quando o docente de FG ensina um novo conteúdo, os estudantes que não têm os conhecimentos prévios específicos para a aprendizagem daquele conteúdo não tem como ter uma aprendizagem significativa do mesmo, pois conforme refere a teoria da aprendizagem significativa, este tipo de aprendizagem não acontecerá se os estudantes não dispuserem dos conhecimentos prévios específicos para integrar a nova informação. Ou seja, o não conhecimento ou a falta de domínio das definições e propriedades das figuras planas e a relação entre elas resulta na ausência de alguns subsunçores no sistema cognitivo dos estudantes, que permitem dar significado à um novo conhecimento, dificultando desta forma que a aprendizagem de novos conceitos ocorra. Assim, a aprendizagem significativa dos conceitos de FG, pelos estudantes, exigirá do docente um esforço maior, com vista a primeiro prover os estudantes dos conhecimentos básicos que deviam ter aprendido no ES, para depois leccionar o novo conceito.

Nesse sentido, para o docente de FG leccionar um novo conteúdo, após fazer um diagnóstico à turma sobre os conhecimentos prévios necessários para aprendizagem do mesmo e verificar que os estudantes não dispõem dos subsunçores necessários para a aprendizagem do referido conteúdo, ele deverá usar parte da carga horária desta disciplina para levar os estudantes à aprendizagem desses conhecimentos prévios, sendo que os mesmos deviam ter sido aprendidos no ES, pois na aprendizagem significativa deve ocorrer uma interação entre a nova informação e seus subsunçores. Entretanto, caso o docente não comece por garantir que os estudantes estão dotados dos conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem de

um certo conteúdo, os estudantes estão sujeitos a apenas decorar o que está sendo ensinado sem que a aprendizagem desse conteúdo de facto ocorra.

Assim, se o docente prepara a sua aula sem ter em conta o domínio dos pré-requisitos pelos estudantes, estes terão muitas dificuldades em compreender os novos conceitos, pois terão que tentar compreender o novo conhecimento ao mesmo tempo que procuram o sentido dos termos ou conceitos usados na apresentação do novo conhecimento. Para o caso da aprendizagem dos conceitos de Geometria, essa dupla tarefa é ainda mais difícil pelo facto de a Geometria ser muito abstracta.

Dificuldades de aprendizagem em FG

Todos os estudantes entrevistados referiram ter tido dificuldades em fazer demonstrações de teoremas e o docente confirma esta afirmação dizendo que no geral os estudantes de FG apresentam muitas dificuldades em fazer demonstrações.

De referir que, de acordo com De Mello (1999, pág. 5), “A demonstração fundamenta-se em explicações apresentadas numa sequência de enunciados, organizadas conforme regras determinadas”. Ou seja, trata-se de um processo que tem por objectivo provar a validade de uma afirmação.

Muitas demonstrações em Geometria requerem um alto nível de dedução, abstracção e rigor, os mais altos níveis da Teoria de Van Hiele, mas algumas delas são simples, podendo ser feitas no ES, pois as exigências para a sua realização correspondem ao nível de Ordenação da Teoria de Van Hiele, que é o nível com o qual os estudantes devem chegar à disciplina de FG segundo a narrativa do docente de FG.

Apenas um estudante da turma disse já ter estudado uma demonstração sobre Geometria no ES e o docente de FG relatou que os estudantes chegam à esta disciplina sem saber demonstrar propriedades simples da Geometria. Entretanto, as demonstrações de teoremas estão previstas nos conteúdos dos temas de Geometria no ES. Para além das demonstrações previstas nos conteúdos do ES, nas sugestões metodológicas propõe-se que se dê treino de demonstrações em exercícios dos temas “Congruência de triângulos” e “Semelhança de triângulos”, para a verificação de congruência e semelhança de triângulos aplicando os respectivos critérios.

É preocupante que os estudantes relatem que não aprenderam nenhuma demonstração no ES, pois o programa do ES prevê algumas demonstrações de teoremas de Geometria. De referir que as demonstrações em Geometria são muito importantes pois conferem uma prova científica de teoremas e ajudam na compreensão dos mesmos. Ademais, fazer demonstrações é um dos principais objectivos em FG, segundo o docente da disciplina. As demonstrações lógicas e deduções formais pertencem ao nível de Dedução Formal da Teoria de Van Hiele.

Essas dificuldades em fazer demonstrações podem ter a ver com as dificuldades de aprendizagem da Geometria referidas na secção 2.3, especificamente, dificuldades de visualização e representação de figuras geométricas referidas por Rogenski e Pedroso, citados por Settimy e Bairral (2020) e por Costa (2020) e dificuldades de linguagem, referidos por Ferreira e Miranda (2008). Isso se deve ao facto de, para se fazer uma demonstração em Geometria, é necessário começar por visualizar a figura geométrica nas condições citadas no enunciado, o que requer a percepção da linguagem usada, de seguida representar a figura visualizada para por fim fazer a referida demonstração.

Entretanto, Duval, citado por Ferreira e Miranda (2008), considera que apesar de a representação da figura geométrica contribuir para a obtenção da demonstração, ela pode constituir um obstáculo no trabalho com demonstrações pois nem sempre facilita a observação das propriedades atribuídas à hipótese do enunciado à demonstrar. Duval, citado por Ferreira e Miranda (2008), diz que a dificuldade de linguagem por ele referida para a aprendizagem da Geometria, se verifica com grande incidência nas demonstrações, no que tange a visualização e representação das figuras geométricas enunciadas.

As dificuldades em fazer demonstrações também podem ter a ver com as outras dificuldades de aprendizagem em FG relatadas pelos estudantes entrevistados, especificamente, a dificuldade na compreensão dos conceitos leccionados e dificuldade de relacionar teoremas/propriedades. Pois, para se fazer a demonstração de um dado teorema é necessário que se compreenda bem todos os conteúdos necessários para a execução da mesma, pode ser necessário fazer uso de definições de vários conceitos e de outros teoremas/propriedades, uma vez que para se dar início à uma demonstração começa-se por identificar os conceitos e os teoremas a usar analisando, conjuntamente, a sequência em que esses conceitos devem ser usados ao longo da demonstração. Ou seja, é necessário ter capacidade de relacionar definições e/ou teoremas/propriedades, o que se enquadra no nível 2 de Ordenação da Teoria de Van Hiele, para além da necessidade de justificar para si e/ou para outras pessoas todos os

passos aplicados na execução da demonstração usando tais elementos, o que se enquadra no nível 3 de Dedução Formal, o que é praticamente impossível para estudantes que não conhecem as definições, teoremas e propriedades a serem usados na demonstração.

Isso mostra, mais uma vez, que os estudantes chegaram à disciplina de FG sem o nível desejado, o de Ordenação, e a consequência foi que a transição do ES para FG no ensino superior não foi suave e harmónica, pois não estavam criadas todas as condições necessárias para que a aprendizagem dos conteúdos de FG ocorresse, resultando nas dificuldades relatadas pelos estudantes e pelo docente de FG e que culminou com altas percentagens de reprovações ao longo de muitos anos.

Estas dificuldades todas não motivam os estudantes, podem criar neles desinteresse e falta de pré-disposição para a aprendizagem dos conteúdos de FG, sendo que a pré-disposição dos estudantes para a aprendizagem é indicada por Moreira citado por Da Silva (2020) como um factor bastante importante para que a aprendizagem significativa ocorra. Ou seja, se essa pré-disposição não existir no estudante, dificilmente a aprendizagem significativa irá ocorrer e isso significa que muito provavelmente a aprendizagem dos conteúdos que dependem desta inicial dificilmente irá ocorrer.

Sentimentos dos estudantes

Os relatos dados pelos estudantes entrevistados mostram claramente que eles não se sentiram bem ao frequentar a disciplina de FG. Não estavam motivados, pelo contrário, tinham medo da disciplina, sentiam-se em atribulações e aterrorizados com a rotina das aulas. Tais sentimentos não ajudam os estudantes a terem sucesso na aprendizagem dos conteúdos da disciplina, pois eles iam às aulas desmotivados e com a pré-concepção de que a disciplina era difícil, o que dificulta a aprendizagem de qualquer conteúdo, e neste caso particular da Geometria, segundo Frassatto (2012) e Moreira citado por Da Silva (2020). Ademais, esses sentimentos podem fazer com que, cada aula seja antecipada de muito sofrimento e durante a aula os estudantes não estarão atentos nem interessados em aprender, a aula torna-se muito longa e frustrante e o resultado é que a cada aula eles vão ficando cada vez mais distantes da aprendizagem dos conceitos ministrados, pois as bases para a aula em questão estão em aulas anteriores (e não só) em que eles também não entenderam o conteúdo porque provavelmente também não estavam motivados. Isso faz com que a disciplina se torne cada vez mais difícil a cada aula, podendo levar os estudantes à frustração e a pensar que são incapazes de aprender

os conteúdos da disciplina, o que pode levá-los a desistir de aprender, procurando apenas soluções para serem aprovados sem aprender, ou ainda pode levá-los a desistir da disciplina e do curso, o que não é bom, pois a independência intelectual e o desenvolvimento de um país dependem da existência de cada vez mais indivíduos capacitados e dotados de conhecimentos científicos. A reprovação também não é uma boa consequência, ela representa a não aprendizagem dos conteúdos programados, o que significa atraso para os estudantes, atraso do desenvolvimento do país e consequente dependência do país noutros países cujas populações estejam dotadas de tais conhecimentos.

Mas, felizmente os estudantes entrevistados nesta pesquisa mostraram que não desistiram de aprender os conteúdos de FG pois descobriram que afinal se não estavam entendendo esses conteúdos não foi por não serem capazes de aprender mas sim porque não estavam propriamente ou suficientemente preparados para a disciplina.

Impacto das aprendizagens em Geometria no ES no desempenho dos estudantes em FG, na perspectiva dos estudantes

Os estudantes entrevistados, assim como o docente de FG, consideram que as dificuldades de aprendizagem dos estudantes em FG se devem aos métodos de ensino de Geometria no ES. Os estudantes representam as experiências, as dificuldades e os sentimentos vividos em FG como resultado de uma fraca preparação em Geometria no ES, pois após frequentar a disciplina de FG perceberam que tiveram poucos temas de Geometria em relação aos previstos nos programas do ES e que seus professores não aprofundavam os conteúdos desses temas.

É muito preocupante quando um estudante tem a coragem de dizer que a aprendizagem em Geometria no ES não lhe ajudou na disciplina de FG. Lembremos que as entrevistas foram feitas após o término da disciplina em 2022 e nessa altura os estudantes já tinham seus resultados na disciplina. Lembremos ainda que os estudantes de FG, portanto da UEM, são oriundos de províncias e de escolas diferentes; nesse sentido podemos estar diante de um problema nacional e não de um ou outro aluno, um ou outro professor ou ainda uma ou outra escola em particular.

A seguir, a pesquisadora mostra a interpretação que faz de toda a discussão feita acima. O facto de estudantes que veem de províncias e de escolas diferentes relatarem que tiveram poucos conteúdos de Geometria no ES e que não aprenderam a fazer demonstrações de

teoremas de Geometria pressupõe que podemos estar diante de um problema nacional. Ademais, na opinião da pesquisadora, o facto de os estudantes dizerem que não conhecem parte considerável dos conteúdos de Geometria do ES não significa, simplesmente, que eles não tenham tido aulas desses conteúdos, mas que a aprendizagem pode ter sido feita de forma superficial ou ainda que as metodologias aplicadas por seus professores não favoreceram a aprendizagem dos mesmos, e isso pode dever-se aos seguintes factores: a localização dos temas de Geometria no currículo prescrito de Matemática no ES, os conteúdos de Geometria leccionados no ES e a forma como são avaliados os conteúdos de Geometria nos exames do ES. (Vide os conteúdos dos programas de Geometria, extraídos dos Programas curriculares de Matemática no ES, no Anexo 3 e os enunciados dos exames da décima classe no Anexo 4)

i) **A localização dos temas de Geometria no currículo prescrito de Matemática no ES**

Na Secção 1.2 desta pesquisa foram apresentados, na tabela 2, os temas de Geometria que devem ser ministrados na disciplina de Matemática segundo os programas curriculares do ES e repassamos abaixo.

Tabela 2: Sequência de temas de Geometria no ensino secundário

Nº	Tema	Classe	Trimestre
1	Circunferência e Círculo	8 ^a	3º
2	Congruência de triângulos. Teorema de Pitágoras	8 ^a	3º
3	Quadriláteros	9 ^a	2º
4	Semelhança de triângulos	9 ^a	3º
5	Trigonometria	10 ^a	3º

Tal como podemos ver na tabela 2, todos os temas de Geometria estão programados para o terceiro trimestre das suas classes, excepto o tema “Quadriláteros” que está no segundo trimestre da 9ª classe. Especificamente:

- os temas “Circunferências e Círculos” e “Congruência de triângulos e Teorema de Pitágoras” estão no terceiro trimestre e são os últimos temas da 8ª classe;
- o tema “Quadriláteros” está no fim do segundo trimestre da 9ª classe;

- o tema “Semelhança de triângulos” está no terceiro trimestre e é o penúltimo tema da 9ª classe;
- o tema “Trigonometria” está no terceiro trimestre e é o antepenúltimo da 10ª classe.

O facto de quase todos os temas de Geometria plana estarem sempre entre os últimos temas nas classes em que estão programados também pode estar por detrás do facto de os estudantes entrevistados não se lembrarem de terem tido estes conteúdos no ES, uma vez que os professores que não tiverem conseguido cumprir com o programa do segundo trimestre acabam por usar parte do terceiro trimestre para concluir o segundo e, consequentemente, dão os últimos temas da classe em questão de forma superficial e no pior dos casos podem chegar a não dar esses temas por falta de tempo, sendo que neste caso específico são quase sempre temas de Geometria, o que prejudica sobremaneira a aprendizagem da Geometria. Além disso, no fim do ano os alunos (e professores) já estão cansados, o que também não é favorável para o ensino-aprendizagem de temas abstractos como é o caso dos temas de Geometria.

Outro facto é que os temas de Geometria na disciplina de Matemática estão programados até a 10ª classe. Isso significa que quando os estudantes chegam à disciplina de FG, eles estão há pelo menos dois anos sem estudar Geometria e isso combinado com a possível aprendizagem superficial nas classes anteriores dificultam ainda mais a memorização dos conteúdos aprendidos no ES. Frassatto (2012) aponta a dificuldade de memória como uma das causas das dificuldades de aprendizagem e, neste caso, o próprio currículo pode ter levado os estudantes a esta situação para o caso da Geometria, pois a paragem por dois anos (11ª e 12ª classes) de aprendizagem da Geometria claramente dificulta a memorização dos conteúdos já aprendidos nas classes anteriores e consequentemente dificulta as aprendizagens em FG.

ii) **Os conteúdos leccionados nos temas de Geometria no ES**

Segundo o docente de FG, os estudantes devem chegar a esta disciplina conhecendo as principais propriedades de figuras geométricas bem como as suas definições formais. Entretanto, os estudantes relataram que não conheciam as definições de figuras geométricas, como por exemplo polígonos, circunferência e círculo, conceitos que constituem base para a aprendizagem da Geometria.

Ao analisar os programas curriculares da disciplina de Matemática no ES, a pesquisadora pôde constatar que as definições de circunferência e círculo e de polígonos não estão

previstas nos programas de ensino do ES. No programa da 8ª classe só se prevê a noção de circunferência e de círculo e no programa da 9ª classe a noção de quadriláteros não mencionando os polígonos no geral.

De acordo com o programa de ensino é evidente que a transição da Geometria do ES para os conteúdos de FG não pode ocorrer de uma forma suave e harmónica, porque os pressupostos que norteiam o plano temático de FG não convergem com as competências definidas no programa do ES referentes às exigências no aprofundamento dos conceitos de Geometria no ES.

No caso particular da aprendizagem de demonstrações, os programas preveem demonstrações de apenas dois teoremas de Geometria nos seus conteúdos e, associado a isso, fazer demonstrações não faz parte das competências básicas dos temas de Geometria nos programas do ES. Esta pouca prática em fazer demonstrações, associado a falta de condições para que a aprendizagem das mesmas ocorra, resultam no total desconhecimento e nas dificuldades em fazer demonstrações que os estudantes relataram ao longo da recolha de dados e, mais uma vez, se mostra que os estudantes chegaram do ES sem estarem suficientemente preparados para frequentar a disciplina de FG.

De referir que ao longo dos programas curriculares do ES, os principais objectivos e competências básicas que os alunos devem adquirir são calcular, aplicar os conteúdos e resolver problemas; sendo que não se dá muita ênfase à definição de conceitos e a demonstração de propriedades e teoremas. Isso pode justificar o facto de os estudantes terem mais facilidade em trabalhar com conteúdos que envolvem mais cálculos em relação à conteúdos teóricos e que requerem um estudo mais profundo sobre os conceitos e propriedades, como é o caso de muitos conteúdos de Geometria, o que poderia desenvolver nos alunos o hábito de justificar os pensamentos e passos de resoluções, o que facilitaria bastante a aprendizagem de demonstrações.

Os cálculos sem o conhecimento da teoria são simples procedimentos cujos resultados são apenas números que não conferem significado nenhum ao indivíduo. Portanto, se um aluno gosta apenas da parte prática e analítica da Matemática ele dificilmente há-de gostar de Geometria e assistirá as aulas com temas de Geometria desmotivado e desatento e assim não lembrará com facilidade desses conteúdos, chegando ao ponto de afirmar que seus professores não leccionaram esses conteúdos pois de facto ele não aprendeu, estava desinteressado, desatento e desmotivado.

Entretanto, esse aluno que não aprendeu Geometria pode vir a se tornar professor de Matemática no ES e, por não ter aprendido Geometria no ES, pode “saltar” estes conteúdos quando estiver a dar aulas ou leccioná-los de forma superficial ou ainda leccioná-los de forma errada se não preparar de forma adequada suas aulas, desmotivando assim outros indivíduos para este tipo de conteúdos. Alguns desses outros indivíduos também podem formar-se professores de Matemática, formando-se assim um efeito dominó da não aprendizagem da Geometria, e aqui tem lugar a causa da dificuldade de aprendizagem em Geometria ocasionada pela existência de problemas na formação de professores referida por Bissolotti e Titon (2022). Este efeito dominó da não aprendizagem da Geometria no ES condiciona o desenvolvimento das áreas do saber que aplicam os conteúdos de Geometria e condicionam a independência do conhecimento científico matemático do país em geral.

iii) **A forma como são avaliados os conteúdos de Geometria nos exames do ES**

Os exames são uma fase importante no processo de ensino-aprendizagem e favorecem a revisão dos conteúdos por parte dos alunos pois ajudam os alunos a se recordarem dos conteúdos do ciclo em questão ou a melhorar a aprendizagem dos conteúdos que não foram bem compreendidos, uma vez que em princípio os alunos devem preparar-se para os exames. Os exames podem influenciar a prática pedagógica, conforme pode se ver abaixo, daí que faz-se necessária a análise de como os exames de Matemática no ES influenciam na prática docente dos professores. Dos Santos (2015) apresenta os resultados de um estudo sobre o impacto dos exames nacionais do ensino médio na prática docente baseado em entrevistas à professores de Matemática. Neste estudo, alguns professores afirmaram que adaptaram a sua prática docente, dando menos importância àqueles conteúdos que não são muito exigidos nos exames, chegando a omitir alguns conteúdos e a remodelar os currículos segundo às exigências dos referidos exames.

Piunti e Anunciato (2021) também apresentam os resultados de um estudo sobre o impacto dos exames nacionais do ensino médio na prática docente, sendo que este estudo foi baseado em entrevistas à professores de diversas disciplinas. Neste estudo, as autoras notaram nas respostas de quase todos os professores que os exames nacionais do ensino médio regulam a sua prática docente no sentido em que “a diversificação de estratégias ocorre mediante a preocupação com o que o exame aborda em suas provas” (Piunti e Anunciato, 2021, pág. 351).

No fim do capítulo anterior foram apresentados os resultados dos exames dos anos 2017, 2018 e 2019 e repassamos abaixo.

Ano	Pergunta de Geometria Plana	Tema	Classe
2017 1ª época	Na pergunta 4 é apresentado um exercício para encontrar as medidas dos ângulos internos dum trapézio isósceles.	Quadriláteros	9ª
2017 2ª época	Nenhuma	—	—
2018 1ª época	Na pergunta 2 é apresentado um exercício para encontrar as medidas de um dos ângulos internos dum quadrilátero irregular, dadas as medidas dos outros três ângulos.	Quadriláteros	9ª
2018 2ª época	Na pergunta 3 é apresentado um exercício para encontrar as medidas dos ângulos internos dum paralelogramo.	Quadriláteros	9ª
2019 1ª época	Nenhuma	—	—
2019 2ª época	Nenhuma	—	—

Como podemos ver, os exames apresentam perguntas de Geometria, mas sobre os mesmos conhecimentos e com a mesma exigência: tema “Quadriláteros”, onde se pede apenas medidas de ângulos internos. Isso pode ter influenciado os professores do ES dos estudantes entrevistados a se dedicarem mais no ensino deste tema da 9ª classe, justificando assim o facto de quase todos os estudantes que responderam ao questionário terem afirmado que se lembravam de ter estudado o referido tema. Ou seja, os professores do ES dos estudantes entrevistados podem ter dado menos importância aos outros temas de Geometria previstos para o ES, preocupando-se mais em ensinar conteúdos sobre Quadriláteros por serem mais avaliados nos exames conforme referem Dos Santos (2015) e Piunti e Anunciato (2021). Mas é também de se notar que os conteúdos da Geometria plana nem sempre são avaliados nos exames do ES, tal como vimos nos exames dos anos lectivos de 2017 e 2019, o que também pode levar os professores do ES a darem pouca importância aos conteúdos de Geometria nas suas aulas.

A pouca exigência na avaliação dos conteúdos de Geometria nos exames, em termos de variação de conteúdos e de frequência de exercícios de Geometria, associada ao facto de quase todos os temas de Geometria serem os últimos nas classes em que estão programados

também pode estar por detrás do esquecimento destes conteúdos por parte dos estudantes. Eles podem ter estudado esses conteúdos de forma superficial, sendo que também não tiveram oportunidade ou necessidade de rever ou reaprender esses conteúdos ao preparar-se para os exames, uma vez que a maioria dos referidos temas não foram avaliados nos exames nos últimos anos lectivos.

Frassatto (2012) considera que o interesse pelo conteúdo é também um factor auxiliador da aprendizagem da Matemática. Avaliar exercícios diversificados nos exames e que mostrem a aplicação dos conteúdos no quotidiano dos alunos pode ajudar a criar o interesse dos alunos na aprendizagem da Geometria, e isso passa por treinar os alunos nesse tipo de exercícios nos livros, nas fichas de exercícios e nos testes. Dessa maneira, os professores estarão mais desafiados e motivados a leccionar os conteúdos de Geometria com as melhores metodologias didácticas e procurando cumprir com os planos temáticos previstos nos programas curriculares, e os alunos estarão mais motivados a aprender Geometria e a trabalhar de modo a superar as dificuldades que possam advir durante o processo de aprendizagem.

Após a análise dos dados recolhidos, a pesquisadora apresenta a seguir a sua resposta para a pergunta de partida desta pesquisa, ou seja, a resposta da pergunta:

Como é que as experiências em Geometria no ES influenciam as aprendizagens dos estudantes do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de FG?

O problema identificado que deu início a esta pesquisa foi o fraco aproveitamento pedagógico na disciplina de FG há já vários anos. Daí, a pesquisadora procurou perceber o que poderia ter levado os estudantes a terem esses resultados sendo que, analisando o problema, a mesma procurou investigar o impacto das experiências de aprendizagem de Geometria no ES nesse fraco aproveitamento pedagógico. Assim sendo, foram analisados os currículos prescritos de Geometria no ES e da disciplina de FG e verificou-se que os conceitos básicos da Geometria necessários para a aprendizagem dos conteúdos leccionados nos temas de FG fazem parte dos programas da disciplina de Matemática no ES. Procurou-se saber dos estudantes de FG do ano lectivo de 2022, através de entrevistas, o que eles pensam que os pode ter levado aos resultados que tiveram e estes afirmaram que tiveram muitas dificuldades na disciplina, que para além de terem tido dificuldades na novidade que era fazer demonstrações também não reconheciam muitos dos conteúdos que constituem base para a

aprendizagem em FG, previstos nos programas do ES. Também foi administrado um questionário aberto ao docente de FG com objectivo de obter informações sobre os conhecimentos prévios dos estudantes ao chegar a disciplina de FG e sobre as dificuldades deles na disciplina. Feita a discussão dos resultados, a pesquisadora procurou entender o que terá propiciado os factos relatados pelos estudantes entrevistados e pelo docente de FG e as interpretações por ela feitas levaram-na a analisar a localização e as sugestões metodológicas dos conteúdos de Geometria nos currículos da disciplina de Matemática no ES bem como foram analisados os conteúdos de Geometria avaliados nos exames do ES. Das análises feitas aos currículos e aos exames do ES, a pesquisadora constatou que:

- Os temas de Geometria, que incluem conceitos básicos para o FG, são geralmente os últimos a serem leccionados nas suas classes de aprendizagem. Esta localização pode ter como consequência o tratamento superficial dos conceitos programados ou mesmo a sua omissão, uma vez que parte do tempo programado para a sua leccionação pode já ter sido usado na leccionação de temas anteriores que por algum motivo tenham sofrido atrasos para a sua conclusão. Além disso, o facto de Geometria Euclidiana não estar programada para a 11^a e 12^a classes, ou seja interrupção da aprendizagem da Geometria, pode ter levado os estudantes a não se lembrarem de conteúdos que já haviam sido aprendidos nas classes anteriores, dificultando assim a continuidade e a aplicação dos referidos conteúdos em FG.
- Os conteúdos e sugestões metodológicas dos programas do ES não incluem definições formais de alguns conceitos básicos que constituem pré-requisitos para a aprendizagem dos conteúdos de FG, dificultando assim as aprendizagens em FG, uma vez que tanto os conteúdos novos como as bases de que os estudantes devem dispor nos seus sistemas cognitivos para entender esses conteúdos são aprendidos praticamente ao mesmo tempo em FG.
- A frequência e o tipo de perguntas de Geometria avaliadas nos exames da 10^a classe podem não incentivar os professores a trabalhar com os temas de Geometria de modo a garantir a aprendizagem de todos os conteúdos programados. Os exercícios repetitivos não ajudam a motivar os professores de Matemática do ES a leccionar todos os conteúdos dos temas de Geometria programados com o devido aprofundamento de modo a garantir a aprendizagem dos mesmos, tendo em conta que

esses temas são leccionados numa época do ano lectivo em que os professores já apresentam algum cansaço e podem estar lutando contra o tempo para concluir o programa do trimestre e do ano.

Portanto, as experiências dos estudantes em Geometria no ES tiveram como base um programa que não faz uma ligação com o plano temático de FG, ou seja, o programa do ES não permite que haja uma passagem suave e harmónica de aprendizagem da Geometria do ES para a aprendizagem dos conceitos ministrados na disciplina de FG. Os programas da disciplina de Matemática no ES não incluem conceitos básicos de Geometria necessários para a aprendizagem dos conceitos de FG e, por um lado, os exames do ES avaliam muito pouco ou quase nada daquilo que são os conteúdos definidos, e por outro lado avaliam sempre o mesmo tema.

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve o seu início devido ao número elevado de reprovações na disciplina de FG no primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática há muitos anos. Uma vez que os conceitos básicos de Geometria que constituem pré-requisitos para a aprendizagem dos conceitos ministrados em FG estão previstos nos programas curriculares do ES na disciplina de Matemática, a pesquisa foi feita com o intuito de se perceber como é que as experiências dos estudantes em Geometria no ES influenciaram no seu fraco aproveitamento pedagógico em FG. A pesquisa foi realizada com o intuito de responder as três perguntas levantadas para esta pesquisa. Para tal, foram recolhidos dados nos programas do ES para a disciplina de Matemática, no plano temático da disciplina de FG, nos questionários e entrevistas aos estudantes e ao docente de FG. Esses dados foram a posterior analisados tendo como principais suportes teóricos: as dificuldades e os factores auxiliares para a aprendizagem da Matemática de Frassatto (2012), as dificuldades na aprendizagem da geometria referidas por Bissoloti e Titon (2022) e por Costa (2020), a Teoria de Van Hiele citada por Fouz e Donosti (2013), a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel citada por Da Silva (2020) e a Teoria das Representações Sociais citada por Silva, et al (2005).

São apresentadas a seguir as respostas das três perguntas de pesquisa:

1. Que conteúdos estão plasmados no plano temático de FG e qual a relação com os conteúdos de Geometria programados no currículo do ES?

O plano temático da disciplina de FG contém dez temas de Geometria plana. A disciplina é leccionada em aulas teóricas, práticas e laboratoriais, aplicando o *software Geogebra*, e um dos principais objectivos da disciplina é que os estudantes sejam capazes de demonstrar teoremas da Geometria plana. Os pré-requisitos para a aprendizagem dos conceitos de Geometria ministrados em FG estão programados para serem leccionados no ES, inclusive as demonstrações de alguns teoremas. Entretanto, o tratamento de alguns conceitos no ES não é aprofundado, exigindo-se apenas que o aluno tenha noção das figuras planas, não havendo espaço para definições formais e demonstrações formais simples, requisitos necessários para a compreensão dos conceitos de FG.

2. O que relatam os estudantes de FG sobre as suas experiências em Geometria no ES e em FG?

Os estudantes de FG relataram que aprenderam poucos conteúdos de Geometria no ES, que chegaram à disciplina de FG sem conhecer as definições formais de alguns conceitos geométricos e sem nenhuma inicialização à prática de demonstração de teoremas e propriedades. Isso fez com que tivessem muitas dificuldades na aprendizagem dos conceitos ministrados em FG e dificuldades em fazer demonstrações. Relataram também que não se sentiram bem ao frequentar a disciplina de FG, sentiram-se amedrontados, aterrorizados e em atribulações, dado que não reconheciam muitos dos conteúdos ministrados em FG. Para eles as experiências de aprendizagem de Geometria no ES não lhes ajudou no seu desempenho em FG, pois foram descobrir que afinal os conceitos de Geometria usados na leccionação dos conceitos de FG, mas que eles não conheciam, deviam ter sido aprendidos no ES.

3. Qual é a narrativa do docente de FG sobre os conhecimentos prévios dos estudantes em Geometria?

O docente de FG relatou que os estudantes chegam à esta disciplina sem conhecer as propriedades das figuras geométricas e sem saber demonstrar propriedades simples. Disse também que para que se considere que um estudante está preparado para frequentar a disciplina de FG, ele deve conhecer as principais propriedades de figuras geométricas e as suas definições formais. Disse ainda que os estudantes apresentam dificuldades de aprendizagem de alguns temas da disciplina, que têm muitas dificuldades em fazer demonstrações e que, na sua opinião, essas dificuldades têm origem no ES.

Os estudantes relataram terem tido muitas dificuldades em FG e que para eles isso deveu-se à fraca preparação em Geometria no ES, opinião que também é partilhada pelo docente de FG. Uma vez que os estudantes de FG veem de escolas e de províncias diferentes, era intrigante para a pesquisadora que todos relatassem praticamente a mesma coisa. Daí que a pesquisadora viu a necessidade de analisar ainda mais os conteúdos de Geometria nos currículos prescritos da disciplina de Matemática no ES, tendo constatado que, para além de os conteúdos de Geometria só serem ministrados de 8^a à 10^a classes e de os temas de Geometria Euclidiana serem quase sempre os últimos a serem ministrados nas suas

respectivas classes de aprendizagem, haviam mais factores que podiam influenciar negativamente na aprendizagem dos mesmos.

Apesar de os pré-requisitos dos conceitos ministrados em FG estarem programados nos currículos do ES, os conteúdos e os objectivos de alguns dos temas de Geometria no ES não respondem às necessidades de FG. Enquanto se espera que o estudante chegue a disciplina de FG conhecendo as definições formais das figuras geométricas, nalguns temas do ES os programas só prevê que o aluno tenha noção das figuras. Ademais, nos conteúdos do ES só estão previstas demonstrações de dois teoremas, o que é pouco para se considerar que foi dado treino de demonstrações aos estudantes.

O docente de FG afirmou que os conteúdos de Geometria são pouco avaliados nos exames do ES e nesse sentido também foram analisados os exames da disciplina de Matemática no ES, especificamente da 10ª classe, já que os conteúdos de Geometria são ministrados até essa classe no ES, e verificou-se que os conteúdos de Geometria são pouco valorizadas no sentido em que nem sempre são avaliados nos exames e quando são avaliados os exercícios são quase sempre do mesmo tema e com o mesmo tipo de pedido, o que não ajuda a estimular a aprendizagem da Geometria.

Diante de tudo isso, a pesquisadora chega a conclusão de que as experiências dos estudantes em Geometria no ES tiveram como base um programa que não faz uma ligação com o plano temático de FG, uma vez que o programa da disciplina de Matemática no ES não inclui conceitos básicos de Geometria necessários para a aprendizagem dos conceitos de FG, os exames do ES avaliam muito pouco os conteúdos definidos e avaliam sempre o mesmo tema.

Sugestões/ Recomendações

Por forma a melhorar o cenário supracitado e os resultados de aprendizagem da Geometria no ES e em FG, a pesquisadora apresenta, a seguir, sugestões e/ou recomendações. As primeiras sugestões que serão apresentadas têm a ver com a aprendizagem de Geometria na disciplina de Matemática no ES e a seguir são colocadas as sugestões para a disciplina de FG.

a) Ao MINEDH

Em relação aos programas de ensino e aos materiais de apoio ao aluno e ao professor, a pesquisadora sugere que:

- os programas de ensino da disciplina de Matemática no ES sejam repensados, reorganizando os temas da disciplina de modo que os conteúdos de Geometria estejam em todas as classes e trimestres de aprendizagem e de modo que os alunos possam ver a aplicação dos conteúdos de Geometria vistos numa classe em outras classes de aprendizagem e no seu dia-a-dia. Deste modo pode-se melhorar o cenário analisado sobre a localização dos conteúdos de Geometria nas classes e nos trimestres do ES;
- seja acautelado que os manuais de ensino da disciplina de Matemática incluam exercícios que incentivem justificações, demonstrações e pensamento analítico;
- os exercícios de Geometria apresentados nos exames de Matemática do ES abrangam os diferentes temas de Geometria plana, a cada ano e a cada época de exame, e com níveis de exigência mais elevados que o actual, exigindo ainda mais o pensamento crítico e analítico por parte dos alunos. Deste modo, os professores de Matemática no ES estarão desafiados a leccionar as suas aulas ensinando os seus alunos a ter este tipo de pensamento e a garantir o ensino-aprendizagem de todos os conteúdos de Geometria programados e os alunos estarão mais motivados na aprendizagem desses conteúdos;
- haja inclusão, sempre que possível, de *softwares* de Geometria como por exemplo o *Geogebra*, nas aulas de unidades didácticas de Geometria no ES;
- nas sugestões metodológicas dos programas curriculares, os professores sejam direccionados a incentivar os seus alunos à pesquisa e ao estudo independente.

b) **Aos professores do ES**

Em relação à preparação e à leccionação de aulas, a pesquisadora sugere que os professores do ES:

- motivem os alunos a estudarem temas de Geometria;
- incentivem os alunos a estudarem conteúdos teóricos (definições, teoremas, entre outros);
- incentivem os alunos a desenvolverem pensamento crítico e analítico;
- incentivem os alunos a justificarem as técnicas e os passos das suas resoluções de exercícios;

- cumpram com os programas de ensino sem deixar de verificar, através de avaliações formativas, se os alunos de facto atingiram a aprendizagem dos conteúdos ministrados.

Desse modo os alunos poderão chegar a disciplina de FG preparados para aprender os conteúdos de Geometria segundo as metodologias aplicadas em FG, particularmente a aprendizagem das demonstrações.

c) **Aos docentes de FG**

Em relação à preparação e à leccionação de aulas, a pesquisadora sugere que os docentes de FG:

- façam avaliações diagnósticas, antes de iniciar um novo tema, que incentivem a revisão de conteúdos e reaprendizagem dos conteúdos em que os estudantes tenham conhecimento abaixo do nível desejado;
- façam uso da teoria da aprendizagem significativa, de modo a mostrar ao estudante a relação entre o novo conteúdo que está sendo ensinado com o que ele traz no seu sistema cognitivo;
- motivem os estudantes para a aprendizagem dos temas da disciplina.

Desse modo, os docentes de FG estarão fazendo uso dos factores auxiliares para a aprendizagem da Geometria por parte dos estudantes.

d) **Aos estudantes de FG**

Em relação ao estudo individual, a pesquisadora sugere que os estudantes de FG:

- façam revisão dos conteúdos do ES que constituem pré-requisitos dos conteúdos de FG;
- privilegiem o estudo individual e independente, das partes teórica e prática dos temas de FG, usando vários livros que apresentem esses temas;
- cultivem o espírito inquisitivo, procurando questionar-se sobre o que leem ou sobre o que seu professor ensina ou ainda sobre as resoluções de exercícios feitas por seus colegas, e procurando justificar todos os seus passos de resoluções de exercícios.
- dediquem-se e apliquem-se mais no estudo dos temas da disciplina.

A pesquisadora considera que estes itens constituem o método de estudo ideal para auxiliar os estudantes na aprendizagem e melhorar o desempenho na disciplina de FG.

7. BIBLIOGRAFIA

Alvarenga, E. (2012). **Metodologia da Investigação Quantitativa e Qualitativa**: normas técnicas de apresentação de trabalhos científicos. 2ª Edição. Assunção.

Alvarinho, I. (2012). **Fundamentos de Geometria**. UEM.

Alvarinho, I. (2012). **Geometria Plana e Espacial**. UEM.

Bardin, L. (2011). **Análise de Conteúdo**. 1ª Edição. São Paulo: Edições 70.

Bissolotti, M. & Titon, F. (2022). **Diagnóstico sobre as Dificuldades de Aprendizagem da Geometria no Ensino Médio e os Potenciais Elementos Facilitadores**. Discussões Científicas e Pedagógicas em Ciências, Matemática e Educação. Blumenau. Vol. 3. No. 4. pp. 5-22.

Chirinze, N. (2019). **Alguns Factores que Contribuem para o Fraco Desempenho de Alguns Estudantes do Primeiro Ano de Universidade em Geometria**, Monografia. UEM, Faculdade de Ciências.

Costa, N. (2020). **A dificuldade no Aprendizado de Geometria**, Monografia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Medianeira.

Da Silva, J. (2020). **A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel**: uma análise das condições necessárias. Research, Society and Development. Ceará. Vol. 9, No. 4. pp. 1-13.

De Mello, E. (1999). **Demonstração**: uma sequência didáctica para a introdução do seu aprendizado no ensino da geometria, Dissertação. São Paulo.

Dos Santos, G. (2015). **Os Impactos do ENEM nos Currículos Escolares e na Prática Docente na Visão de Professores de Matemática de Escolas do Rio de Janeiro**, Dissertação. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística. Rio de Janeiro.

Ferreira, F. & Miranda, D. (2008). **Demonstrações em Geometria Euclidiana**: uma sequência didáctica como recurso metodológico para o seu ensino. Minas Gerais.

Fouz, F. & Donosti, B. (2013). **Modelo de Van Hiele para la Didáctica de la Geometría**, Pesquisa de Geometria. Donostia.

Frassatto, V. (2012). **Aprendizagem de Matemática**: obstáculos e factores auxiliares, Monografia. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências exactas. São José do Rio Preto.

Freire, Z. et al. (2017). **Currículo, do Prescrito ao Real**: a flexibilização curricular a partir do quotidiano dos educandos. Geografia, Ensino & Pesquisa. Brasil. Vol. 21. No. 1. pp. 113-122.

INDE/MINED – Moçambique. (2010). **Matemática, Programa da 8ª Classe**. © INDE/MINED – Moçambique

INDE/MINED – Moçambique. (2010). **Matemática, Programa da 9ª Classe**. © INDE/MINED – Moçambique

INDE/MINED – Moçambique. (2010). **Matemática, Programa da 10ª Classe**. © INDE/MINED – Moçambique

INDE/MINED – Moçambique. (2010). **Matemática, Programa da 11ª Classe**. © INDE/MINED – Moçambique

INDE/MINED – Moçambique. (2010). **Matemática, Programa da 12ª Classe**. © INDE/MINED – Moçambique

Luz, A. et al. (2007). **A Geometria na Disciplina de Matemática**: A abordagem dos livros didácticos, Pesquisa de geometria. Universidade Federal do Paraná. Curitiba.

Nassone, C. (2014). **Relatório de Estágio Pedagógico na Disciplina de Geometria Plana e Espacial**, Monografia. UEM, Faculdade de Ciências. Maputo.

Piletti, C. (2004). **Didática Geral**. 23ª edição. São Paulo: Editora Ática.

Piunti, J. & Anunciato, R. (2021). **Impactos do Exame Nacional do Ensino Médio e da Noção de Competências no Trabalho Docente**. Motricidades. São Paulo. Vol. 5, No. 3 pp. 341-354.

Rodrigues, R. & Sabião, R. (2019). **A História da Matemática e a Importância da Geometria**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Vol. 1. No. 4. pp. 96-110

Settimy, T. & Bairral, M. (2020). **Dificuldades Envolvendo a Visualização em Geometria Espacial**. Vidya. Santa Maria. Vol. 40, No. 1. pp. 177-195.

Silva, C. et al. (2005). **O Uso de Análise de Conteúdo como uma Ferramenta para a Pesquisa Qualitativa**: descrição e aplicação do método. Organizações Rurais e Agroindustriais. Vol. 7. No. 1. pp. 70-81. Minas Gerais.

Universidade Eduardo Mondlane – Faculdade de Ciências – Departamento de Matemática e Informática. (2003). **Currícula dos Cursos de Licenciatura em Matemática, Estatística e Informática**. Maputo

Universidade Eduardo Mondlane – Faculdade de Ciências – Departamento de Matemática e Informática. (2009). **Programas Temáticos dos Cursos de Licenciatura em Matemática, Estatística, Informática e Ciências de Informação Geográfica**. Maputo

Universidade Eduardo Mondlane – Faculdade de Ciências – Departamento de Matemática e Informática. (2011). **Currículo do Curso de Licenciatura em Matemática**. Maputo

Yin, R. (2016). **Pesquisa Qualitativa**: do início ao fim. São Paulo: Penso.