UNIVERSIDADE
EDUARDO
MONDLANE

FACULDADE DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTATÍSTICA APLICADA

MESTRADO EM ESTATÍSTICA APLICADA

Análise da volatilidade da taxa de câmbio entre o novo Metical moçambicano e o Rand sul-africano: uma comparação entre modelos simétricos e assimétricos da classe ARCH

Zacarias Israel Machava

Maputo

2026

UNIVERSIDADE EDUARDO MONDLANE

FACULDADE DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTATÍSTICA APLICADA

MESTRADO EM ESTATÍSTICA APLICADA

Análise da volatilidade da taxa de câmbio entre o novo Metical moçambicano e o Rand sul-africano: uma comparação entre modelos simétricos e assimétricos da classe ARCH

Zacarias Israel Machava

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada da Universidade Eduardo Mondlane, como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Estatística Aplicada.

Orientador: Prof. Doutor Alberto Chicafo Mulenga

Maputo

2026

UNIVERSIDADE EDUARDO MONDLANE

FACULDADE DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTATÍSTICA APLICADA

MESTRADO EM ESTATÍSTICA APLICADA

Análise da volatilidade da taxa de câmbio entre o novo Metical moçambicano e o Rand sul-africano: uma comparação entre modelos simétricos e assimétricos da classe ARCH

Zacarias Israel Machava

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada da Universidade Eduardo Mondlane, como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Estatística Aplicada.

Aprovado em 27 de Agosto de 2026, por:

_____

Prof. Doutor Adelino Martins

(Arguente - Instituição)

_____-

Prof. Doutor Miranda Albino Martins Muaualo

(Presidente - Instituição)

_____-

Prof. Doutor Alberto Chicafo Mulenga

(Orientador - Instituição)

Maputo

2026

DEDICATÓRIA

Às minhas duas estrelas-guias:

Maura, cujo brilho suave no céu me orienta mesmo na noite mais escura. Sua passagem ensinou-me a coragem.
E à Fernanda, cujo calor e luz aqui na Terra aquecem meus dias e dão propósito a cada passo. Sua força inspira-me a seguir em frente.

Este trabalho é fruto do amor que aprendi com vocês as duas. Uma, eterna em minha memória e outra, constante em minha jornada. Levo ambas no coração. E

À memória do meu tio Jossefa, que me mostrou o caminho da escola e sempre me incentivou a estudar e via a educação como melhor caminho para vencer qualquer obstáculo na vida.

AGRADECIMENTOS

Primeiro, expressar meus sinceros agradecimentos ao meu orientador, Prof. Doutor Alberto Mulenga, pela orientação incansável, disponibilidade constante e pelo rigor científico que imprimiu a cada etapa deste trabalho. Sua capacidade de transformar críticas em oportunidades de melhoria foi fundamental para o desenvolvimento desta pesquisa, também pela confiança depositada em mim.
Aos membros do júri examinador, Prof. Doutor Miranda Albino Martins Muaualo e Prof. Doutor Adelino Martins, pelo tempo dedicado à leitura deste trabalho e pelas contribuições. Agradeço, inclusivamente, pelas sugestões e questionamentos que surgiram durante a defesa.
À Universidade Eduardo Mondlane, em especial ao Departamento de Matemática e Informática. Ao programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada, pela formação de qualidade.
Ao Ministério de Educação, pela concessão da bolsa de estudos em especial ao Serviço Distrital de Chongoene na pessoa do director do Serviço e pessoal dos recursos humanos que tudo fizeram para que esse sonho se tornasse uma realidade. Este apoio foi crucial para a concretização deste objectivo.
À colega Felizarda que sempre esteve disponível para dar a sua contribuição.
À minha filha Fernanda da Suneila, pela paciência e suportar viver com o pai ausente dentro de todas as dificuldades; à minha namorada, pelo amor incondicional e encorajamento; aos meus pais, Israel Machava, que Deus conserve a sua alma e Marta João por terem me trazido ao mundo. Ao meu irmão, Israel Júnior, pelo apoio constante em todos momentos. Ao professor Edson Ribas, pela amizade e apoio incondicional e, de forma geral, a todos os amigos, colegas e familiares que directa ou indirectamente deram seu apoio para que esse sonho se concretizasse.
Por fim, e com especial estima e profundidade à memória da minha filha Maura Zacarias Machava, cujo espírito e brevidade me ensinaram que a vida, ainda que frágil, é um impulso poderoso para criar, amar e perseverar, espero que onde quer que esteja, possa orgulhar-se deste resultado.

A todos, o meu mais sincero e profundo obrigado.

Zacarias Israel Machava

Maputo, Julho de 2026

Resumo

O presente estudo analisa o comportamento de câmbio entre duas moedas, o novo Metical moçambicano (MZN) e o Rand sul-africano (ZAR), com o objectivo de comparar o desempenho de modelos simétricos e assimétricos da classe ARCH na modelação, com vista a encontrar aquele que melhor descreve a dinâmica dos dados e faça melhor previsão. Os dados são de uma série temporal diária da taxa de câmbio, cobrindo de Janeiro de 2015 a Dezembro de 2024. Para a análise foram utilizados os modelos simétricos e assimétricos da classe dos modelos autoregressivos com heteroscedasticidade condicional (ARCH). Para estimar os modelos, foi utilizado o método de máxima verossimilhança assumindo que os resíduos da média condicional seguem a distribuição normal ou t-Student. No estudo, foram ensaiadas várias especificações dos modelos simétricos, nomeadamente ARCH(1), GARCH(1,1) e GARCH-M(1,1), bem como modelos assimétricos, EGARCH(1,1), GJR-GARCH(1,1) e APGARCH(1,1). Com a excepção do modelo GARCH-M(1,1), todos foram estimados incluindo médias móveis (MA(1)). A análise dos resultados de todas as especificações usando os critérios de selecção de modelos como AIC e BIC, bem como das medidas de desempenho das previsões, apontou o modelo ARCH(1) como sendo o que apresentou o melhor desempenho nas previsões dentro da amostra, assim as previsões para um horizonte de 5 dias foram estimadas usando este modelo. Concluiu-se que, para a série em análise, os modelos simétricos são suficientes para capturar o comportamento da volatilidade da taxa de câmbio, não sendo necessária a utilização de modelos assimétricos. Estes resultados têm implicações relevantes na gestão de risco cambial e na formulação de políticas económicas em economias emergentes.

Palavras-chaves: Modelos simétricos e assimétricos, taxa de câmbio, volatilidade.

Abstract

This study analyzes the exchange rate behavior between two currencies, the Mozambican Metical (MZN) and the South African Rand (ZAR), with the aim of comparing the performance of symmetric and asymmetric ARCH class models in modeling, in order to find the one that best describes the data dynamics and makes the best prediction. The data consists of a daily time series of the exchange rate, covering January 2015 to December 2024. Symmetric and asymmetric models from the autoregressive model class with conditional heteroscedasticity (ARCH) were used for the analysis. To estimate the models, the maximum likelihood method was used, assuming that the residuals of the conditional mean follow a normal or t-Student distribution. Several specifications of symmetric models were tested in the study, namely ARCH(1), GARCH(1,1) and GARCH-M(1,1), as well as asymmetric models, EGARCH(1,1), GJR-GARCH(1,1) and APGARCH(1,1). With the exception of the GARCH-M(1,1) model, all models were estimated including moving averages (MA(1)). Analysis of the results for all specifications using model selection criteria such as AIC and BIC, as well as forecast performance measures, indicated that the ARCH(1) model presented the best forecasting performance within the sample; therefore, forecasts for a 5 day horizon were estimated using this model. It was concluded that, for the series under analysis, symmetrical models are sufficient to capture the behavior of exchange rate volatility, and the use of asymmetrical models is not necessary. These results have relevant implications for exchange rate risk management and economic policymaking in emerging economies.

Keywords: Symmetric and asymmetric models, exchange rate, volatility. .

Índice

Lista de Acrónimos viii

Lista de Figuras x

Lista de Tabelas xi

1 Introdução 1

1.1 Problema 3

1.2 Objectivos 4

1.2.1 Objectivo geral 4

1.2.2 Objectivos específicos 4

1.3 Hipóteses 5

1.4 Justificação 5

1.5 Estrutura da dissertação 5

2 Revisão da literatura 7

2.1 Enquadramento teórico dos mercados cambiais 7

2.1.1 Paridade do poder de compra e da taxa de juro 7

2.1.2 Abordagem de carteira e estrutura dos mercados cambiais 8

2.1.3 Determinantes da taxa de câmbio 9

2.2 Estudos empíricos aplicando modelos da classe ARCH 10

2.2.1 Estudos em economias emergentes e mercados regionais 10

2.2.2 Estudos na região da SADC e contexto moçambicano 11

2.3 Análise das séries temporais financeiras 12

3 Metodologia 15

3.1 Classificação do estudo 15

3.2 Material 16

3.3 Métodos . . . 17
3.3.1 Testes preliminares . . . 17
3.3.2 Especificação dos modelos de volatilidade . . . 22
3.3.2.1 Modelo autoregressivo com heteroscedasticidade condicional . . . 23
3.3.2.2 Modelo ARCH Generalizado . . . 25
3.3.3 Extensões dos modelos ARCH e GARCH . . . 28
3.3.3.1 Modelo GARCH-in-mean . . . 28
3.3.3.2 Modelo GARCH exponential . . . 29
3.3.3.3 Modelo GJR-GARCH . . . 30
3.3.3.4 Modelo assimétrico GARCH de potência . . . 31
3.3.4 Estimação dos coeficientes dos modelos . . . 32
3.3.5 Diagnóstico da adequação do modelo . . . 36
3.4 Questões éticas . . . 39
4 Resultados e discussão . . . 40
4.1 Resultados . . . 40
4.1.1 Análise descritiva dos dados . . . 40
4.1.2 Resultados dos testes preliminares . . . 42
4.1.3 Resultados dos modelos de volatilidade . . . 46
4.1.4 Resultados dos modelos simétricos . . . 47
4.1.5 Resultados dos modelos assimétricos . . . 50
4.1.6 Diagnóstico dos resíduos dos modelos ARCH(1) e APGARCH(1,1) 52
4.1.7 Análise gráfica e testes dos dois modelos seleccionados . . . 55
4.1.8 Análise das previsões dos modelos ARCH(1) e APGARCH(1,1) dentro da amostra . . . 58
4.1.9 Previsão da taxa de câmbio para um horizonte de 5 dias . . . 58
4.2 Discussão dos resultados . . . 60
5 Conclusões e recomendações . . . 63
5.1 Conclusões . . . 63
5.2 Recomendações . . . 64
5.3 Limitações . . . 65

Referências 67
Apêndices I. Figuras auxiliares dos modelos obtidos. 72
Apêndices I. Códigos de sintaxe para o processamento 76

Lista de Acrónimos

ACF	*Autocorrelation Function*
ADF	*Augmented Dickey Fuller*
AIC	Critério de informação Akaike
AR	Autorregressivo
ARCH	*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*
APARCH	*Asymmetric Power ARCH*
APGARCH	*Asymmetric Power GARCH*
BFGS	Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno
BHHH	Berndt–Hall–Hall–Hausman
BIC	Critério de informação Bayesiano
COVID-19	Corona vírus que eclodiu em 2019
EGARCH	*Exponential GARCH*
EUR	Euro
GARCH	*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*
GARCH-M	*GARCH-in-mean*
GBP	*Great British Pound*
GHS	Valor monetário de Gana - Cedi ganês
GJR-GARCH	Glosten, Jagannathan e Runkle - GARCH
IC	Intervalo de confiança
IMF	*International Monetary Fund*

JB	Jarque-Bera
K	Curtose
KES	Shelling Kenyano
KPSS	Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin
LM	*Lagrange Multiplier*
MA	*Moving Average*
MAE	*Mean Absolute Error*
MAPE	*Mean Absolute Percentage Error*
MSE	*Mean Squared Error*
MZN	Novo Metical de Moçambique
M-GARCH	Multivariado - GARCH
PACF	*Partial Autocorrelation Function*
PPC	Paridade de poder de compra
PP	Phillips-Perron
Q-Q	Quantile-quantile
RMSE	*Root Mean Squared Error*
SADC	*Southern African Development Community*
TGARCH	*Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*
TZS	Shelling da Tanzânia
USD	*United State Dollar*
VAR	Vector autoregressivo
XAF	Franco da comunidade africana da África Central
ZAR	*Zuid Afrikaanse Republic* (= Rand Sul-Africano)

Lista de Figuras

4.1 Evolução da série da taxa de câmbio e de retornos entre o MZN/ZAR. 40
4.2 Diagnóstico dos resíduos dos retornos pelo ARIMA. 45
4.3 Diagnósticos dos resíduos e curva de impacto de notícias do modelo ARCH(1). . . 53
4.4 Diagnósticos dos resíduos e curva de impacto de notícias do modelo APGARCH(1,1). 55

Lista de Tabelas

4.1 Estatísticas descritivas da taxa de Câmbio e os respectivos retornos. 42
4.2 Testes preliminares das séries da taxa de câmbio e dos retornos. 43
4.3 Estimação dos coeficientes da equação do modelo ARIMA(1,0,1). 44
4.4 Teste de efeito ARCH de Multiplicador de Lagrange. 46
4.5 Coeficientes dos modelos simétricos e seus p-valores. 49
4.6 Comparação dos modelos simétricos. 49
4.7 Coeficientes dos modelos assimétricos estimados e seus p-valores. 51
4.8 Comparação dos modelos assimétricos estimados. 52
4.9 Avaliação do desempenho das previsões dos dois modelos seleccionados. 58
4.10 Previsão da taxa de câmbio num horizonte de 5 dias. 59

1 Introdução

A crescente volatilidade nos mercados financeiros reforçou a utilização de métodos estatísticos em modelar e prever a variância condicional das séries temporais financeiras. Perante a necessidade de modelar a volatilidade variável ao longo do tempo, os modelos ARCH, introduzidos por Engle (1982), e as suas extensões subsequentes, como o GARCH de Bollerslev (1986) e o EGARCH de Nelson (1991), passaram a desempenhar um papel fundamental na análise econométrica de séries financeiras, permitindo captar de forma mais adequada a dinâmica da volatilidade observada nos mercados.

A volatilidade da taxa de câmbio é uma característica marcante dos mercados financeiros contemporâneos, especialmente em economias emergentes e em desenvolvimento. Em Moçambique, o câmbio do novo Metical de Moçambique (MZN) e do Rand da África do Sul (ZAR) é de particular importância devido à forte interdependência económica entre os dois países. A África do Sul é um dos maiores parceiros comerciais de Moçambique, o que torna a taxa de câmbio entre o MZN/ZAR um factor crítico para as decisões de investimento, comércio e formulação de políticas monetárias para Moçambique.

O câmbio é fundamental na estabilidade macroeconómica dos países, sendo especialmente sensível a choques externos e internos. Em Moçambique, o novo Metical apresenta elevado grau de exposição a flutuações cambiais, sobretudo em relação ao Rand sul-africano, moeda de uma das principais economias da região, sendo África do Sul o maior parceiro comercial de Moçambique. Tais flutuações afectam directamente a inflação, o comércio entre nações que partilham as mesmas fronteiras e a eficácia das políticas monetárias (Manguinhane & Simione, 2021).

Os modelos simétricos, partem do pressuposto de que os choques positivos e negativos são percebidos da mesma forma quanto à volatilidade, como o ARCH e o GARCH. Essa suposição nem sempre corresponde à realidade porque na prática choques negativos têm uma tendência de provocar maiores reacções intensas do que choques positivos de magnitudes idênticas, fenómeno que é conhecido como efeito de alavanca ou efeito de assimetria (Nelson, 1991; Glosten, Jagannathan & Runkle, 1993). Para capturar essa assimetria, foram desenvolvidos modelos como GARCH Ex-

ponencial de Nelson (1991), GJR-GARCH proposto por Glosten et al. (1993), entre outros que incorporam parâmetros do modelo para captar o sinal e à magnitude dos choques.

Entender o comportamento da volatilidade da taxa do câmbio é essencial para reduzir riscos cambiais. O risco cambial refere-se a possibilidade de ter perdas financeiras resultantes de mudanças devido a taxas de câmbio (Madura, 2010). Comparar o desempenho de modelos simétricos e assimétricos da classe ARCH implica avaliar a capacidade de cada especificação em representar a dinâmica da variância condicional dos resíduos do modelo autoregressivo (AR) e prever flutuações futuras. Enquanto os modelos simétricos, como o GARCH, assumem mesmo impacto de choques positivos e negativos na variância, os modelos assimétricos EGARCH ou GJR-GARCH, incorporam respostas diferenciadas dos choques, reconhecendo que retornos negativos têm uma tendência de aumentar a volatilidade do que retornos positivos. Assim, essa comparação torna-se essencial para determinar qual modelo oferece melhor poder de previsão e maior sensibilidade a choques, sobretudo em contextos financeiros caracterizados por efeitos de alavanca e assimetria nas inovações (Engle, 2002). Os modelos econométricos da classe ARCH, e suas extensões, como GARCH, EGARCH e GJR-GARCH, são utilizados para a modelação da variância condicional em séries temporais financeiras com uma variável.

Partindo do pressuposto de que os choques no mercado não afectam sempre do mesmo jeito, a identificação da estrutura correcta da volatilidade, para melhorar a previsão de câmbio e porque o contexto da estrutura económica exige modelos mais realistas, comparar modelos simétricos e assimétricos é necessário para garantir que a modelação da série dos resíduos dos retornos seja realista, precisa e útil, especialmente quando há indícios de assimetria na resposta dos choques. Países com alta vulnerabilidade externa enfrentam maiores dificuldades em manter a estabilidade macroeconómica diante de choques externos, como flutuações nos termos de troca ou mudanças bruscas nos fluxos de capital (*International Monetary Fund* [IMF], 2022).

A comparação entre modelos simétricos e assimétricos permite detectar a presença de assimetria na volatilidade, já que os modelos assimétricos são mais apropriados quando os choques negativos exercem maior influência na volatilidade dos activos em comparação com os choques positivos da mesma magnitude(Glosten, Jagannathan & Runkle, 1993). Por outro lado, os modelos assimétricos

tendem a fornecer melhores previsões da variância condicional em séries financeiras caracterizadas por choques negativos persistentes (Nelson, 1991).

Ockiya, Orumie e Emmanuel (2023), analisaram variáveis macroeconómicas como, taxa do câmbio, o índice do preço ao consumidor, preço do petróleo, a inflação, usando dados de 2005 a 2021 na Nigéria e compararam os modelos simétricos ARCH, GARCH, GARCH-in-Mean (GARCH-M) com os modelos assimétricos *Asymmetric Power* GARCH (APGARCH), EGARCH, Threshold GARCH(TGARCH). Da comparação concluiu-se que os modelos assimétricos superaram os modelos simétricos para a maioria das variáveis. Ou seja, modelos como EGARCH ou TGARCH capturaram melhor os padrões das séries em estudo, particularmente o efeito da assimetria nos choques positivos contra negativos, nas séries do índice de preço ao consumidor, preço do petróleo e inflação, o modelo mais adequado foi o EGARCH (1,1) e para a taxa de câmbio, o modelo mais indicado foi o TGARCH (1,1).

Outro estudo foi realizado por Mulenga et al. (2020), utilizando o câmbio entre MZN/ZAR partindo de Janeiro de 2010 a Dezembro de 2014, do estudo comparou-se várias especificações simétricas e assimétricas dos modelos da classe ARCH para entender como o risco e a volatilidade são afectados pelo sinal e pela magnitude das notícias, isto é, se o efeito difere entre regimes de depreciação e apreciação. Do estudo concluiu-se que a existência e a magnitude da assimetria dependem da taxa de câmbio e da escolha do modelo e quando o tipo de notícia, positiva ou negativa, coincide com o sinal da tendência da moeda, por exemplo, quando as notícias são negativas em períodos da depreciação da moeda, a volatilidade tende a aumentar.

1.1 Problema

Moçambique e África do Sul são dois países que apresentam fortes relações comerciais, onde grande parte dos agentes comerciais moçambicanos efectua a compra das suas mercadorias no país vizinho sul-africano e a moeda de transacção é o Rand. Não só, como também Moçambique oferece vários espaços paisagísticos para o lazer e belíssimas praias para a prática do turismo, o que de alguma forma atrai os turistas sul-africanos e consequentemente a troca da moeda Rand para o Metical e vice-versa.

Em um estudo de séries temporais, há sempre uma necessidade de se identificar o modelo que descreve melhor o comportamento de dados e consequentemente a previsão para as futuras observações da série com menos erros possíveis.

A comparação entre os modelos simétricos e assimétricos na análise da volatilidade, especialmente em dados das séries financeiras, como taxas do câmbio, é essencial para garantir que o modelo escolhido represente com fidelidade a realidade económica observada. Alguns modelos simétricos, como GARCH, assumem que os choques negativos e positivos têm o mesmo impacto sobre a volatilidade, o que nem sempre reflecte a realidade já que em muitas séries financeiras os choques negativos e positivos da mesma magnitude têm apresentado impactos diferentes. Por outro lado, modelos assimétricos, como EGARCH e GJR-GARCH, são capazes de capturar o efeito diferenciado dos choques. Diante disso, surge a seguinte questão de estudo: qual dos modelos da classe ARCH, simétrico ou assimétrico, oferece melhor desempenho na previsão de comportamento do câmbio entre o novo Metical moçambicano e o Rand sul-africano?

1.2 Objectivos

1.2.1 Objectivo geral

Analisar o desempenho de modelos da classe ARCH na previsão do comportamento da taxa de câmbio entre o novo Metical moçambicano e o Rand sul-africano, de Janeiro de 2015 a Dezembro de 2024.

1.2.2 Objectivos específicos

- Descrever o comportamento da série da taxa de câmbio entre o novo Metical moçambicano e o Rand sul-africano no período entre 2015 a 2024;
- Estimar os coeficientes de modelos simétricos ARCH, GARCH e GARCH-M para a série da taxa de câmbio entre o MZN/ZAR;
- Estimar os coeficientes de modelos assimétricos EGARCH, APGARCH e GJR-GARCH para a série da taxa de câmbio entre o MZN/ZAR;

- Identificar o modelo com o melhor desempenho das previsões dentro da amostra, entre os modelos estimados;
- Realizar as previsões de taxa de câmbio para um horizonte de 5 dias, usando o modelo com o melhor desempenho nas previsões dentro da amostra.

1.3 Hipóteses

H_0: Não existe uma diferença significativa no desempenho da previsão da taxa de câmbio entre o MZN/ZAR usando os modelos simétricos e assimétricos da classe ARCH.
H_1: Há uma diferença significativa no desempenho da previsão da taxa de câmbio entre o MZN/-ZAR usando os modelos simétricos e assimétricos da classe ARCH.

1.4 Justificação

A África do Sul é um dos maiores parceiros de transacções comerciais de Moçambique, responsável por uma parte das importações e exportações bilaterais. O Rand sul-africano tem forte influência sobre o novo Metical moçambicano, não apenas por razões comerciais, mas também devido à integração logística e aos fluxos de capitais, bens e serviços. Flutuações cambiais afectam os preços internos, o custo de vida, a competitividade externa e o equilíbrio macroeconómico moçambicano. A taxa do câmbio entre novo Metical e Rand é de particular importância para Moçambique, dada a forte relação comercial e geográfica com a África do Sul. A volatilidade cambial representa um risco para investidores, importadores, exportadores e entidades financeiras.

A compreensão e previsão da taxa de câmbio têm aplicação na gestão de risco financeiro, no planeamento orçamental do Estado, na formulação da política monetária e na tomada de decisão das empresas importadoras e exportadoras. Dessa forma, a pesquisa oferece contribuições e recomendações baseadas em evidência para instituições públicas, bancos, investidores, entre outros que podem melhorar a gestão de riscos financeiros e as práticas de previsão.

1.5 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos, obedecendo uma sequência que se presume que seja para garantir uma compreensão lógica da investigação desenvolvida, desde a introdução

até às conclusões.

O primeiro capítulo, referente à introdução, contém o enquadramento inicial do estudo, apresentando o problema da pesquisa, os objectivos, a relevância do tema e as principais contribuições.

O capítulo dois tem a ver com a revisão da literatura, onde estão apresentados os fundamentos teóricos da modelação ARCH e GARCH e sintetiza as evidências empíricas anteriores, com especial enfoque nas aplicações a mercados cambiais e economias emergentes.

O terceiro capítulo é da metodologia, onde se descreve a fonte e natureza dos dados, as ferramentas econométricas que foram empregues, a especificação formal dos modelos simétricos e assimétricos, e os critérios de avaliação e comparação do seu desempenho.

No quarto capítulo, estão apresentados os resultados, a respectiva interpretação e no final a discussão. O capítulo começa apresentando a análise descritiva e testes preliminares, seguido dos resultados relativos aos diversos modelos. O capítulo termina com a discussão dos resultados, comparando-os com os resultados dos estudos anteriores.

No quinto capítulo encontram-se as conclusões e recomendações, sintetizam-se os principais resultados do estudo, respondem-se às questões de investigação inicialmente formuladas e apresentam-se recomendações finais.

2 Revisão da literatura

2.1 Enquadramento teórico dos mercados cambiais

Segundo Krugman, Obstfeld e Melitz (2018), o mercado cambial é o mecanismo através do qual as moedas de diferentes países são transaccionadas, sendo influenciado simultaneamente por forças macroeconómicas, expectativas dos agentes económicos e fluxos internacionais de capitais e mercadorias. O valor da taxa de câmbio, enquanto preço relativo entre duas moedas, reflecte não só condições monetárias e fiscais internas, mas também factores estruturais e conjunturais que afectam o equilíbrio externo das economias (Rogoff, 1996).

Do ponto de vista teórico, os movimentos das taxas de câmbio têm sido explicados por diversos modelos, entre os quais destacam-se: (i) modelos baseados na paridade do poder de compra (PPC); (ii) modelos de paridade da taxa de juro; (iii) modelos monetários da taxa de câmbio; (iv) modelos baseados na abordagem de carteira; (v) modelos baseados em expectativas racionais.

Embora os modelos tradicionais de determinação da taxa de câmbio, tais como, a paridade do poder de compra, a paridade da taxa de juro, os modelos monetários e a abordagem de carteira, expliquem o nível da taxa de câmbio com base em fundamentos macroeconómicos, o presente estudo insere-se na literatura de modelação estatística da volatilidade condicional sob a hipótese de expectativas racionais. Nesse contexto, assume-se que os retornos cambiais apresentam média condicional não previsível, mas variância condicional dependente da informação passada, conforme proposto por Engle (1982) e Bollerslev (1986).

2.1.1 Paridade do poder de compra e da taxa de juro

A teoria inicialmente desenvolvida por Cassel (1918), sustenta que a taxa de câmbio procura ajustar, de forma a igualar os níveis de preços entre dois países. Assim, diferenças na inflação geram ajustamentos cambiais a longo prazo. No entanto, estudos empíricos mostram que a PPC tem fraca validade a curto prazo, sendo afectada por barreiras ao comércio, custos de transporte e rigidez nominal (Taylor & Taylor, 2004).

A paridade da taxa de juro estabelece que diferenças nas taxas de juro entre dois países são compensadas por alterações esperadas na taxa de câmbio. Segundo Fama (1984), a presente condição tende a ser violada devido à presença de prémios de risco, da volatilidade e comportamento especulativo, sobretudo em economias emergentes e vulneráveis.

Para Frenkel (1976) e Dornbusch (1976), a taxa de câmbio é resultante do equilíbrio entre a oferta monetária, rendimento e taxa de juro. E para Dornbusch (1976), os movimentos bruscos de curta duração da taxa de câmbio sugerem que choques monetários levam a uma sobrevalorização ou desvalorização temporária antes de convergirem para o equilíbrio de longo prazo.

2.1.2 Abordagem de carteira e estrutura dos mercados cambiais

A abordagem de carteira assume que investidores ajustam as suas posições em activos denominados em diferentes moedas consoante o risco e o retorno esperado. Esta suposição implica que os mercados cambiais são influenciados pela aversão ao risco, movimentos de capitais e expectativas acerca da política monetária (Branson & Henderson, 1985).

Para países como Moçambique, caracterizados por elevada dependência de exportação de recursos naturais e fluxos externos voláteis, esta abordagem é particularmente pertinente, uma vez que o valor do Metical é influenciado pelos choques externos e alterações nas condições financeiras globais (Chipeta & Muthoga, 2017).

Com a liberalização financeira, os mercados cambiais tornaram-se mais líquidos, integrados e altamente sensíveis a choques de tipo informação. A volatilidade passou a ser um elemento intrínseco dos mercados cambiais, reflectindo a rápida utilização da informação e a actuação de agentes com diferentes horizontes temporais (Engle, 2001).

A literatura mostra que choques relacionados à informação, sejam políticos, económicos ou financeiros, são assimilados de maneira assimétrica pelos mercados, de modo que choques negativos tendem a aumentar a volatilidade da taxa de câmbio do que choques positivos, fenómeno conhecido como efeito de alavanca (Black, 1976; Nelson, 1991).

Essa característica justifica a crescente utilização de modelos de heteroscedasticidade condicional, nomeadamente ARCH, GARCH, GARCH-M, EGARCH, APGARCH e GJR-GARCH, como ferramentas essenciais para a compreensão e previsão da taxa de câmbio.

2.1.3 Determinantes da taxa de câmbio

A taxa de câmbio representa o preço de uma moeda em comparação com a outra. Em economias abertas, a taxa de câmbio desempenha fundamental papel ao afectar preços relativos, fluxos comerciais e movimentos de capitais (Krugman et al., 2018). Para Moçambique, cuja economia é fortemente dependente de importação e de exportação com a África do Sul, a taxa de câmbio entre MZN/ZAR é um indicador essencial para a estabilidade económica.

Determinantes de taxa de câmbio refere-se ao conjunto de factores económicos, financeiros, políticos e institucionais que influenciam o valor de equilíbrio de uma moeda face a outra no mercado cambial. Estes factores operam através da oferta e procura de divisas, podendo ser classificados em fundamentais quando são de longo prazo e conjunturais quando forem de curto prazo. Entre os fundamentais destacam-se os diferenciais de inflação, taxas de juro, crescimento económico, balança corrente, política monetária e fiscal, estabilidade política e expectativas dos agentes de mercado. A taxa de câmbio é determinada por uma complexa interacção de factores macroeconómicos, incluindo diferenciais de inflação, taxas de juro, contas correntes e o desempenho económico geral (Krugman et al., 2018).

A África do Sul sendo um dos maiores parceiros do comércio de Moçambique, absorve grande parte das importações e exportações. Assim, oscilações do Rand influenciam os preços de combustíveis, bens alimentares e matérias-primas; inflação interna; custos de produção; competitividade das exportações moçambicanas; etc. Estudos regionais como de Chipeta e Muthoga (2017) e Omar et al. (2020), concluiram que moedas de países em desenvolvimento tendem a apresentar volatilidade mais acentuada devido à instabilidade estrutural e ao elevado grau de abertura comercial.

2.2 Estudos empíricos aplicando modelos da classe ARCH

2.2.1 Estudos em economias emergentes e mercados regionais

A aplicação de modelos simétricos e assimétricos em economias emergentes mostra dinâmicas diferentes, frequentemente caracterizadas por maior volatilidade e a necessidade de uma intervenção governamental.

Diamandis e Drakos (2011), ao analisarem as taxas de câmbio latino-americanas, verificaram a presença de forte efeito GARCH e uma persistência de volatilidade muito elevada ($\alpha + \beta \approx 1$). O estudo constatou que a instabilidade macroeconómica crónica nestas economias se reflecte numa volatilidade cambial mais persistente. Numa outra análise da relação entre o Shelling Kenyano (KES) e o Dólar norte-americano (USD), Kiprop (2013), verificou que, em contextos de mercados de câmbio emergentes, a parcimónia do modelo GARCH(1,1) pode ser a abordagem mais eficaz na previsão de volatilidade de um prazo curto devido à sua robustez e menor propensão a ajustamento excessivo ao ruído específico da amostra.

Mlambo e Maredza (2013), investigaram o Rand sul-africano face ao Dólar americano (ZAR/USD) e encontraram fortes evidências de assimetria. O modelo EGARCH mostrou que a depreciação do Rand aumenta a volatilidade do que uma apreciação de magnitude similar. Este estudo mostra que a escolha entre um modelo GARCH simples ou complexo não é universal, mas depende do contexto do mercado. O caso do modelo simétrico GARCH que foi aplicado para a relação KES/USD e o modelo assimétrico EGARCH para ZAR/USD, são exemplos de aplicação dos modelos da classe ARCH para análise de volatilidade no continente africano.

Dinga et al. (2023), aplicaram os modelos simétricos e assimétricos da classe ARCH para modelar e prever a taxa de câmbio entre o Franco da comunidade africana da África central (XAF) de Camarões e o Dólar americano usando dados diários. Do estudo concluiu-se que as especificações MA(1)+GJR-GARCH(1,1) e ARMA(1,1)+GJR-GARCH(2,2), foram as apropriadas que descreviam o comportamento da volatilidade de taxa do câmbio das moedas analisadas, XAF/USD.

Deste estudo, pode-se dizer que, nas economias emergentes a volatilidade de taxa do câmbio é

tipicamente persistente. Os modelos assimétricos não mostram a superioridade universal como nos mercados desenvolvidos, variando com a especificidade do mercado e os mecanismos de transmissão de políticas.

2.2.2 Estudos na região da SADC e contexto moçambicano

Chirwa e Mlachila (2004), realizaram um estudo macroeconómico sobre a integração financeira na Comunidade de Desenvolvimento da África Austral (SADC). Embora não tenham modelado a volatilidade com ARCH ou GARCH, a conclusão de que as economias da SADC estão moderadamente integradas fornece a justificação económica para estudar a paridade MZN/ZAR. Os autores, utilizando modelo de poupança-investimento e técnicas econométricas de painel, avaliaram a integração financeira através de relações macroeconómicas estruturais.

Mussa (2016), analisou a volatilidade do Metical moçambicano (MZN) face ao Dólar americano (USD) usando o modelo GARCH(1,1). O estudo concluiu que o MZN exibe alta persistência de volatilidade, atribuída à dependência de *commodities* e a choques políticos. No entanto, a análise limitou-se a um modelo simétrico diferentemente do que nesse estudo se propõe.

Kutu e Ngalawa (2017), empregando modelos GARCH e EGARCH modelaram a volatilidade da taxa do câmbio do Rand (ZAR) e o Dólar americano (USD), Libra esterlina Britânica (GBP) e o Euro (EUR) e os choques globais na Africa do Sul. Os resultados, mostraram que a taxa de câmbio sul-africana é afectada significativamente pelos choques globais. No estudo, os autores compararam os resultados dos modelos GARCH e EGARCH, tendo concluído que o modelo assimétrico EGARCH apresentava maior desempenho na previsão dentro da amostra do que o modelo GARCH.

Mulenga et al. (2020), aplicaram vários modelos da classe GARCH, usando séries diárias, tendo abrangido o período desde Janeiro de 2010 a Dezembro de 2014 e constataram que a existência de assimetria depende da tendência cambial, isto é, os choques positivos durante a apreciação da moeda geram mais riscos. E modelos simétricos ocultam efeitos reais detectados pelos modelos assimétricos. Os autores alertam que uma avaliação equivocada do risco cambial e da assimetria pode resultar em subestimação de medidas como o *Value at Risk*, o que é fundamental no desenho de políticas cambiais e decisões de investimento internacional.

Brannas e Machava (2015), modelaram a taxa do câmbio das duas moedas, o Metical moçambicano e o Rand sul-africano, no período de 1996 a 2014, usando o modelo GARCH padrão e modelos assimétricos, onde encontraram assimetria nos retornos. No estudo, também notaram o maior efeito dos choques negativos em relação aos choques positivos com magnitudes iguais.

Num outro estudo, Epaphra (2017), aplicando GARCH e EGARCH para modelar a volatilidade de taxa do câmbio entre o Shilling de Tanzânia e o Dólar americano (TZS/USD), tendo constatado de que choques positivos provocam maior variância condicional do que os choques negativos da mesma dimensão, o que contraria os resultados de outros estudos como de Nelson (1991), Engle e Ng (1993) e Bouoiyour e Selmi (2016).

2.3 Análise das séries temporais financeiras

Box et al. (2016), define série temporal como um conjunto das observações duma variável, registadas de forma sequencial ao longo do tempo, normalmente em intervalos regulares. O estudo das séries temporais tem como objectivo principal descrever, modelar e analisar a estrutura de dependência temporal existente entre as observações da série, bem como compreender e prever o comportamento futuro do fenómeno em estudo.

A maior parte dos estudos econométricos, envolvem a análise de séries temporais financeiras. Para tal, são usados modelos de uma variável como autoregressivos (AR), médias móveis (MA), autoregressivos com heteroscedasticidade condicional (ARCH), para capturar o comportamento da série (Woodward et al., 2012). Quando a análise é relativa a dinâmica no tempo entre duas ou mais séries são usados modelos multivariados como os modelos de vectores autoregressivos (VAR), modelos multivariados da classe GARCH (M-GARCH), entre outros. Para este estudo, tratando-se de análise de uma variável com dados de frequência diária durante 10 anos, são utilizados modelos da classe ARCH e as suas extensões, em especial são tratados os modelos simétricos e assimétricos da classe de modelos autoregressivos com heteroscedasticidade condicional.

A literatura sobre séries temporais financeiras sintetiza um conjunto de propriedades estatísticas recorrentes que qualquer modelação deve reconhecer e procurar capturar (Campbell, Lo & Mac

Kinlay, 1997; Cont, 2001; Tsay, 2010). Em seguida apresentam-se algumas propriedades que são consideradas na análise:

- **Agrupamento de volatilidade**: pequenas mudanças tendem a ser seguidos por pequenas mudanças em termos absolutos e vive-versa, indicando dependência temporal da variância condicional. Em séries de taxas de câmbio isto traduz-se em períodos de prolongada turbulência seguidos de tranquilidade (Cont, 2001).

- **Excesso de curtose**: as distribuições empíricas dos retornos exibem caudas pesadas comparando com a distribuição normal, o que implica maior probabilidade de eventos extremos. Nas taxas de câmbio, choques extremos aumentam a probabilidade de valores fora do esperado (Campbell et al., 1997).

- **Assimetria e efeito de alavanca**: os choques negativos têm uma tendência, frequentemente, de provocar o maior aumento do comportamento volátil em comparação com os choques positivos de igual magnitude (Black, 1976; Nelson, 1991). Em mercados de câmbio, más notícias ou depreciações súbitas na moeda podem elevar mais a incerteza do que as apreciações da moeda.

- **Persistência da volatilidade**: a variância condicional apresenta relativamente uma memória longa, os efeitos de um choque podem dissipar-se lentamente, levando a elevada persistência observada em muitas séries financeiras (Bollerslev, 1986).

- **Não-normalidade**: devido à curtose e à assimetria, pressupostos de normalidade são frequentemente violados; distribuições t-Student ou Distribuição de Erro Generalizada (GED) são comumente usadas para ajustar às séries como alternativas de distribuição normal (Tsay, 2010).

Estas propriedades verificam-se em séries financeiras das taxas do câmbio por meio de choques externos e internos. De notar que a integração regional pode aumentar a velocidade da transmissão de choques e a assimetria dos efeitos (Chipeta & Muthoga, 2017).

A verdadeira revolução na modelação da volatilidade surge com o trabalho inicial ou embrionário de Engle (1982), que introduz o modelo ARCH. Neste enquadramento, a variância condicional dos resíduos da regressão passa a ser modelada como uma função dos quadrados dos resíduos passados,

permitindo capturar formalmente a dependência temporal da volatilidade. Esta revolução, iniciada com a rejeição do pressuposto de homoscedasticidade dos resíduos de uma regressão, por exemplo um modelo AR(p) (variância constante), transformou a heteroscedasticidade de um inconveniente estatístico numa variável de interesse económico. Posteriormente, Bollerslev (1986) ao propor o modelo GARCH generalizou o ARCH, e para o GARCH a variância condicional não só depende de quadrados de resíduos passados, como da sua própria variância passada. O GARCH tem sido o modelo mais parcimonioso e eficaz para a descrição de persistência da volatilidade, tornando-se rapidamente o padrão na econometria financeira.

A partir desse momento, a literatura evoluiu para modelos mais sofisticados, como por exemplo EGARCH de Nelson (1991), GJR-GARCH de Glosten et al. (1993) e TGARCH de Zakoian (1994), que incorporam assimetria e efeitos de alavanca, bem como extensões multivariadas (Bol lerslev, 1990) e modelos de volatilidade estocástica (Taylor, 1986). Todo este desenvolvimento tem como ponto de partida modelar séries que não apresentarem homoscedasticidade na variância dos resíduos como característica estrutural na modelação das séries financeiras.

O principal objectivo do presente estudo consiste em comparar diferentes modelos econométricos de volatilidade, com vista a identificar aquele que melhor descreve a dinâmica dos dados observados e apresenta maior capacidade de previsão. A comparação entre modelos é fundamental, uma vez que diferentes especificações podem capturar, com maior ou menor eficácia, características estatísticas relevantes das séries temporais, como a heteroscedasticidade condicional, a resposta a choques passados e a persistência da volatilidade. Nesse sentido, a análise comparativa permite avaliar o desempenho relativo de cada modelo, tanto para os termos de ajuste de dados históricos como no que diz respeito à qualidade das previsões geradas. Assim, nas subsecções seguintes, procede-se à apresentação e descrição dos modelos considerados no estudo, destacando-se as suas principais características e pressupostos, que serviram de base para a posterior comparação.

3 Metodologia

3.1 Classificação do estudo

A natureza do estudo é quantitativa, de carácter descritivo e explicativo. Por descrever ao longo de tempo o comportamento de taxa do câmbio, diz-se descritivo e, também busca explicar o mesmo comportamento de taxa de câmbio face aos choques positivos e negativos, por isso explicativo.

O estudo assume igualmente um carácter comparativo, uma vez que avalia o desempenho de modelos simétricos e assimétricos de volatilidade, de modo a identificar qual das especificações que melhor vai descrevendo o comportamento da série. Este tipo de abordagem é justificado pela natureza inerentemente heteroscedástica dos retornos da taxa de câmbio, e pela necessidade de captar potenciais efeitos de assimetria e de alavanca associados a choques positivos e negativos.

Quanto aos procedimentos técnicos, classifica-se como documental e bibliográfico, utilizando dados de séries temporais do câmbio entre as duas moedas, o Metical e o Rand. Documental uma vez que os dados que foram utilizados provêm de fontes secundárias que já existem, como as bases de dados estatísticas e relatórios institucionais. Nesse sentido, os dados da taxa do câmbio destas duas moedas em análise, o Metical e o Rand, utilizados neste estudo para o período de 2015 a 2024, foram obtidos da base de dados oficiais e posteriormente tratados por meio de técnicas econométricas de séries temporais.

Gil (2008) define a pesquisa documental como um procedimento de investigação que recorre a materiais ainda não analisados de forma aprofundada ou susceptíveis de serem reinterpretados conforme os objectivos da pesquisa, sendo frequentemente utilizada em estudos económicos e financeiros que utilizam dados estatísticos provenientes de instituições oficiais. E na perspectiva de Lakatos e Marconi (2010), a pesquisa é documental quando utiliza fontes primárias ou secundárias disponíveis em documentos, arquivos e bases estatísticas, permitindo a análise sistemática de fenómenos económicos ao longo do tempo e bibliográfico porque o estudo é também baseado em material que já foi elaborado como livros, artigos científicos e até dissertações e teses (Gil, 2008).

3.2 Material

Os dados utilizados neste estudo são referentes à taxa de câmbio diária nominal entre MZN/ZAR. A série temporal considerada no estudo compreende os anos de 2015 a 2024, abrangendo diversos acontecimentos relevantes para a economia moçambicana e para a região da SADC, incluindo choques macroeconómicos, oscilações nos preços das *commodities*, a pandemia de COVID-19, alterações na política monetária, variações no fluxo de capitais e episódios de instabilidade interna. Os dados foram obtidos no site oanda.forex[1] e, foram processados usando o software STATA 17.0 e os testes considerados a um nível de significância de 5%, que corresponde a 0,05.

Por causa de ocorrência de vários eventos, ao longo do período em estudo, a série pode apresentar uma quebra estrutural, para tal, foi necessário realizar o teste de quebra estrutural na série de retornos. Uma quebra estrutural ocorre quando há uma alteração nos parâmetros que caracterizam o processo gerador dos dados, implicando que a relação entre as variáveis não permanece constante ao longo do tempo (Hamilton, 1994; Hansen, 2001). A detecção de quebras estruturais deve ser realizada sobre a série de retornos, uma vez que os modelos de volatilidade condicional são especificados com base em séries estacionárias. Caso sejam identificadas quebras estruturais, torna-se necessário ajustar a especificação do modelo, seja através da inclusão de variáveis *dummy*, segmentação da amostra ou utilização de modelos com mudança de regime. Por outro lado, na ausência de quebras, os modelos são geralmente estimados consistentemente utilizando toda a amostra disponível (Perron, 1989; Hamilton, 1994; Tsay, 2010).

Uma série temporal pode apresentar uma quebra estrutural e a quebra pode ser no intercepto quando há uma mudança de nível, a forma de resolver é a introdução da variável *dummy* aditiva (D_t); quebra na tendência ou inclinação, que tem a ver com a mudança de tendência e para este problema introduz-se a variável *dummy* multiplicativa ($D_t \times X_t$) e, quebra em ambos, isto é, no intercepto e na tendência e a sua resolução é a inclusão da variável *dummy* intercepto com *dummy* interacção.

Para Perron (1989), ignorar quebras estruturais pode resultar em estimativas de parâmetros enviesadas e baixo desempenho de previsão. E já para Hamilton, (1994), muitas séries temporais macroeconómicas e financeiras exibem mudanças estruturais, e ignorar as tais mudanças pode levar

[1] oanda.com/currency-converter/en/?from=ZAR&to=MZN&amount=1

às inferências enganosas. Por fim, Tsay (2010) argumenta que na ausência de mudança estrutural, em uma série temporal, os modelos podem ser estimados consistentemente para toda a amostra.

3.3 Métodos

A variável principal utilizada na modelação é a taxa de câmbio diário nominal de MZN/ZAR. Todavia, muitas vezes as variáveis como a taxa de câmbio não são estacionárias e como para a análise as variáveis devem ser estacionárias, a variável y_t, referente a taxa de câmbio, foi transformada em retornos (r_t) usando a expressão 3.1.

$$r_t = (\ln(y_t) - \ln(y_{t-1})) \times 100, \tag{3.1}$$

sendo y_t a taxa do câmbio em instante t. A transformação logarítmica é adoptada por estabilizar a variância, favorecer a estacionaridade e permitir uma interpretação proporcional das variações cambiais.

3.3.1 Testes preliminares

Antes de estimar modelos de volatilidade, foi realizado um conjunto de testes diagnósticos com o propósito de examinar as propriedades estatísticas da série temporal. Esses procedimentos incluíram a avaliação da normalidade da distribuição dos retornos por meio do teste de Jarque–Bera, a análise da autocorreção através do teste de Ljung–Box, a verificação da estacionaridade da série mediante a aplicação do teste de raiz unitária de Dickey–Fuller Aumentado (ADF), a detecção de heteroscedasticidade condicional por meio do teste do efeito ARCH e a avaliação da presença de efeitos assimétricos utilizando o teste de Engle e Ng (1993). Este processo constitui várias etapas para a modelação das séries temporais, visto que a presença de heteroscedasticidade condicional e de assimetria justificam o uso dos modelos da família ARCH de modo a descrever de forma adequada a dinâmica da volatilidade.

Teste de normalidade: Antes da modelação econométrica, torna-se pertinente examinar as propriedades distributivas dos retornos cambiais, em particular a sua compatibilidade com a distribuição normal. Neste estudo, essa avaliação é realizada por meio do teste de Jarque-Bera (Jarque & Bera, 1987), que sintetiza, numa única estatística, a informação contida nos coeficientes de assimetria

e curtose da série. Desta forma, o teste permite determinar se a distribuição observada apresenta características que se afastam significativamente do padrão normal teórico. A formulação da estatística utilizada encontra-se representada na Equação 3.2.

$$JB = \frac{n}{6}\left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4}\right), \tag{3.2}$$

onde S é assimetria dada por $S = \frac{E[(x-\mu)^3]}{\sigma^3}$, K é excesso de curtose dado por $K = \frac{E[(x-\mu)^4]}{\sigma^4}$ e n é o número das observações. O teste de normalidade tem como hipóteses:

H_0: A série segue a distribuição normal.

H_1: A série não segue a distribuição normal.

Como regra de decisão, depois de calcular o valor observado JB_{obs}, usa-se duas formas, comparação com o valor crítico e o uso de $valor - p$, sendo a segunda forma a mais comum no STATA, que se $valor - p > 0,05$ não se rejeita a hipótese nula e se $valor - p \leq 0,05$ rejeita-se a hipótese nula.

Teste de autocorrelação: Este teste tem o objectivo de verificar se existe dependência entre as observações da série temporal. O teste mais utilizado é de Ljung–Box, desenvolvido por Ljung e Box (1978), e é dado pela expressão 3.3.

$$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{m}\frac{\rho_k^2}{n-k}, \tag{3.3}$$

dado que n representa o número das observações, m o número de desfasagens e o ρ_k a autocorrelação na desfasagem k. O teste de autocorrelação tem como hipóteses:

$H_0 : \forall\rho_k = 0$, para $k = 1, ..., m$;

$H_1 : \exists\rho_k \neq 0$.

Como regra de decisão, se $valor - p > 0,05$ não se rejeita a H_0 e se $valor - p \leq 0,05$ rejeita-se a H_0.

Teste de raiz unitária: Segundo Gujarati e Porter (2009), este teste é um procedimento de estatística utilizado em análise das séries temporais para se verificar a estacionaridade ou não de uma série temporal. Hamilton (1994), define raiz unitária como uma característica de processos estocásticos em que o coeficiente autoregressivo é igual a um, fazendo com que os choques tenham efeitos persistentes no tempo.

No estudo da taxa de câmbio entre o MZN/ZAR, o teste de Dickey-Fuller Aumentado (*Augmented* Dickey-Fuller [ADF]), proposto por Said e Dickey (1984) é preferido porque séries financeiras frequentemente apresentam dependência temporal. O teste ADF permite capturar essa dinâmica através das desfasagens adicionais e garante resultados mais fiáveis antes da estimação de modelos como ARCH, GARCH, EGARCH e APGARCH.

A determinação do grau de estacionaridade de uma série temporal constitui uma etapa fundamental na análise econométrica, uma vez que a presença de raiz unitária pode comprometer a validade das inferências estatísticas e conduzir a relações espúrias entre variáveis. Neste contexto, Dickey e Fuller (1979) desenvolveram um procedimento estatístico destinado a avaliar se uma série segue um processo não estacionário caracterizado pela existência de raiz unitária ($\phi = 1$). A formulação original do teste foi concebida para séries representadas por um processo autoregressivo de primeira ordem, sendo a inferência baseada na análise do coeficiente associado ao valor desfasado da variável. Sob a hipótese nula, admite-se que a série possui raiz unitária e, portanto, apresenta comportamento não estacionário. Em contrapartida, a hipótese alternativa pressupõe que a série é estacionária e tende a oscilar em torno de uma média constante ao longo do tempo.

Apesar da sua relevância teórica, a versão clássica do teste pressupõe que os termos de perturbação não exibem autocorrelação serial, condição frequentemente violada em séries económicas e financeiras. Para contornar esta limitação, foi desenvolvida a versão aumentada do teste, conhecida como Dickey–Fuller Aumentado (ADF). Esta extensão incorpora desfasagens das primeiras diferenças da variável em análise, permitindo absorver a dependência temporal residual e melhorar a adequação do procedimento em contextos empíricos mais complexos. Ao considerar explicitamente a dinâmica de curto prazo da série, o teste ADF proporciona uma avaliação mais consistente da existência de raiz unitária, tornando-se um dos instrumentos mais utilizados na análise de estacionaridade em estudos económicos e financeiros. A sua formulação matemática é apresentada na Equação 3.4:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \eta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{onde} \quad \Delta y_t = y_t - y_{t-1}. \tag{3.4}$$

Este teste tem como hipóteses:

H_0: $\delta = 0$, a série possui raiz unitária;

H_1: $\delta < 0$, a série é estacionária.

Se $valor - p \leq 0,05$ rejeita-se H_0 e se $valor - p > 0,05$ não se rejeita H_0.

A principal diferença reside, portanto, na capacidade do teste ADF lidar com dinâmicas mais complexas, ordem autoregressiva $p > 1$, assegurando que os resíduos se comportem como ruído branco. Enquanto o teste DF é adequado apenas para AR(1) com erros não correlacionados, o teste ADF é aplicável a processos ARMA de ordem desconhecida, desde que se escolha um número suficiente de desfasagens. Também, ambas as versões podem incluir termos determinísticos (constante e tendência), mas a interpretação das estatísticas de teste e dos valores críticos difere conforme a especificação (Enders, 2015).

Teste de efeito ARCH: O teste trata de verificar a presença de heteroscedasticidade condicional nos resíduos e foi proposto por Engle (1982). A estatística associada ao teste do Multiplicador de Lagrange (LM) é derivada de uma regressão auxiliar 3.5 que utiliza os resíduos ε_t resultantes de uma regressão previamente estimada.

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + u_t, \\ LM &= nR^2 \end{aligned} \tag{3.5}$$

dado que *n* é o número de observações e o coeficiente da determinação de regressão é representado por R^2.

$H_0 : \forall \alpha_i = 0$, (não existe efeito ARCH);

H_1: $\exists \alpha_i \neq 0$, (Existe efeito ARCH)

Se $valor - p \leq 0,05$ existe heteroscedasticidade condicional.

Heteroscedasticidade refere-se à violação do pressuposto clássico de homoscedasticidade no modelo de regressão linear, segundo o qual a variância condicional de erros tem sido constante ao longo das observações. Ou seja, a heteroscedasticidade consiste na violação do pressuposto de variância constante dos termos de erro, ocorrendo quando a variância dos resíduos varia ao longo das observações de um modelo de regressão (Engle, 1982).

Teste de assimetria: Este teste verifica se choques negativos e positivos têm, na volatilidade, impacto diferente, fenómeno conhecido como efeito de alavanca. O teste utilizado com mais frequência é de assimetria do Engle e Ng (1993), que é aplicado aos resíduos padronizados de um modelo da classe ARCH para verificar se existem efeitos de sinal ou de magnitude dos choques que não foram capturados pelo modelo de volatilidade estimado e, utiliza a equação 3.6.

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + \phi_2 S_{t-1}^- \hat{u}_{t-1} + \phi_3 S_{t-1}^+ \hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t, \tag{3.6}$$

onde:

- $S_{t-1}^- = \begin{cases} 1, & \text{se } u_{t-1} < 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$ e $S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$;

- ϕ_0 é intercepto e representa o nível médio da variância condicional dos resíduos padronizados quando não há efeito de sinal ou magnitude.

- ϕ_1 é o coeficiente de enviesamento e este coeficiente mostra se choques negativos produzem sistematicamente mais volatilidade do que choques positivos. Quando o parâmetro ϕ_1 é igual a zero, conclui-se que não existe viés de sinal na resposta da volatilidade aos choques. Por outro lado, um valor positivo e estatisticamente significativo de ϕ_1 indica que os choques negativos exercem um impacto mais acentuado na volatilidade do que os choques positivos. Em contrapartida, valor negativo e significativo de ϕ_1 sugere que os choques positivos produzem efeito mais pronunciado na volatilidade relativamente aos choques negativos. Isto é, se ϕ_1 é significativo, é uma indicação da existência do efeito do sinal e enviesamento onde mudanças positivas e negativas tem efeitos assimétricos na volatilidade condicional.

- ϕ_2 é o coeficiente de enviesamento de tamanho negativo e este coeficiente verifica se o tamanho dos choques negativos influencia a volatilidade. Se $\phi_2 = 0$ o tamanho do choque negativo não afecta de forma adicional a volatilidade; se $\phi_2 > 0$, choques negativos e maiores geram maior volatilidade futura e se $\phi_2 < 0$, choques negativos e maiores reduzem a volatilidade.

- ϕ_3 é o coeficiente de enviesamento de tamanho positivo e este coeficiente mede o efeito do tamanho dos choques positivos. Se $\phi_3 = 0$, o tamanho dos choques positivos não afecta

a volatilidade; se $\phi_3 > 0$, choques positivos grandes aumentam a volatilidade futura e se $\phi_3 < 0$, choques positivos grandes reduzem a volatilidade.

Se ϕ_2 e ϕ_3 são significativos, é um indicativo de que tanto o tamanho do enviesamento, como as mudanças de sinal produzem efeitos diferentes na resposta dos choques. Se os coeficientes associados a um teste conjunto de sinal de enviesamento (*sign bias*) ou aos testes de sinal e do tamanho do enviesamento (*size bias*) forem estatisticamente significativos, conclui-se que existem efeitos assimétricos na resposta aos choques.

As hipóteses dos testes de assimetria são:
$H_0 : \forall\phi_i = 0$, não existe assimetria na resposta aos choques;
$H_1 : \exists\phi_i \neq 0$, existe assimetria na resposta aos choques.
Quando $valor - p \leq 0,05$ há presença de assimetria.

Para verificar se os choques negativos e positivos afectam de diferentes maneiras a volatilidade é usado o teste conjunto da assimetria, que geralmente refere-se ao teste de Engle e Ng (1993), tendo sido utilizado para verificar a presença de efeitos assimétricos na volatilidade. A rejeição de hipótese nula, (H_0), de inexistência de viés de sinal e magnitude indica que choques positivos e negativos não afectam de igual forma a volatilidade condicional, justificando o uso de modelos assimétricos.

3.3.2 Especificação dos modelos de volatilidade

O estudo da volatilidade da taxa de câmbio MZN/ZAR é efetuado através da aplicação, estimação e comparação de modelos simétricos e assimétricos da classe ARCH, com vista a identificar a especificação que melhor descreve a dinâmica da volatilidade. Estes modelos diferem na forma como captam a dinâmica da variância condicional, permitindo avaliar tanto efeitos persistentes quanto assimétricos decorrentes de choques negativos e positivos.

Para a modelação da série da taxa de câmbio em estudo, foram usados tanto modelos simétricos ARCH, GARCH e GARCH-M, como modelos assimétricos EGARCH, GJR-GARCH e APGARCH, sendo que GARCH-M e APGARCH foram acrescidos para garantir a diversificação de mais modelos na comparação e tomar a decisão com maior evidência empírica. Os detalhes destes modelos

estão descritos nas subsecções que se seguem.

3.3.2.1 Modelo autoregressivo com heteroscedasticidade condicional

Engle (1982), ao propor o modelo ARCH, a sua inovação fundamental foi de representar a variância dos erros de um modelo AR(p) como uma função dos valores dos quadrados dos erros passados. A crítica central que motivou a análise dos modelos de variância condicional é que os resíduos de modelos de equações da média condicional como AR(p) apresentam variância heteroscedástica. O modelo ARCH(p), proposto pelo Engle (1982), na sua forma completa especifica três componentes fundamentais, respectivamente: equações da média condicional, dos resíduos e da variância condicional, como está apresentado na equação 3.7.

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + \phi_1 r_{t-1} + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t &= \sigma_t z_t, \qquad \text{onde} \qquad z_t \sim N(0,1), \\ \sigma_t^2 &= \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2, \end{aligned} \tag{3.7}$$

onde

- μ é a constante;
- ϕ_1 é o coeficiente autoregressivo na equação da média condicional;
- ε_t é o erro com variância condicional variável;
- $\omega > 0, \quad \alpha_i \geq 0$ garantem que a variância não seja negativa;
- A condição: $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i < 1$, garante que a covariância seja estacionária, isto é, a estabilidade da variância condicional em alguns contextos.

Embora o modelo ARCH capture o fenómeno de aglomeração da volatilidade, frequentemente requer uma ordem de *p* elevada para reproduzir o comportamento observado nas séries financeiras, o que compromete a parcimónia do modelo (Bollerslev, 1986; Brooks, 2019).

Propriedades do modelo ARCH

Segundo Mulenga (2019), sem perder a generalidade, o modelo ARCH(1) pode ser representado por $\varepsilon_t = z_t \sigma_t = z_t \sqrt{\omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2}$ onde $z \sim N(0,1)$. O modelo ARCH(1) tem as seguintes propriedades:

1. ε_t tem média zero, isto é, $E(\varepsilon_t) = 0$;

2. A variância condicional dá-se por $\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$;

3. A variância não condicional é dada por $\overline{\sigma}^2 = \omega/(1-\alpha_1)$ e só existe se $\omega > 0$ e $|\alpha_1| < 1$;

4. A autocovariância entre ε_t e ε_{t-1} é igual a zero, isto é, $E_{t-1}(\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}) = 0$

5. Em relação à curtose, o excesso de curtose tem sugerido a presença de efeito ARCH e tem uma cauda mais pesada comparando com a distribuição normal, isto é:

$$\begin{aligned} K &= \frac{E(\varepsilon_t^4)}{var(\varepsilon_t)^2} = 3\left(\frac{1-\alpha_1^2}{1-3\alpha_1^2}\right) > 3, \\ \text{onde} \qquad E(\varepsilon_t^4) &= E[E_{t-1}(\varepsilon_t^4)] = E[3var_{t-1}^2(\varepsilon_t)] \\ &= E[3(\sigma_t^2)^2] = 3E[(\omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)^2] \\ &= 3[\omega^2 + 2\omega\alpha_1 E(\varepsilon_{t-1}^2) + \alpha_1^2 E(\varepsilon_{t-1}^4)] \end{aligned} \tag{3.8}$$

Depois de transformações tem-se $K = \frac{3(1-\alpha_1^2)}{1-3\alpha_1^2} > 3$, desde que $0 < \alpha_1^2 < \frac{1}{3}$.

Limitações do modelo ARCH

Segundo Brooks (2014), o modelo ARCH é um procedimento para análisar e desenvolver de modelos de volatilidade de séries temporais, entretanto, ele apresenta certas limitações, tais como:

- O modelo ARCH básico requerer uma ordem muito alta para que capture a dependência da variância condicional das séries financeiras;

- O modelo ARCH básico não captura assimetria, na resposta das notícias, o que limita a sua aplicabilidade em muitos contextos;

- O modelo ARCH pode ter dificuldade em reflectir a persistência de longo prazo da volatilidade que modelos como GARCH conseguem capturar com maior precisão;

- O modelo ARCH pressupõe que os erros seguem um ruído branco com distribuição específica e que não há outras fontes de heteroscedasticidade não capturadas pelo modelo.

De acordo com Brooks (2008), o modelo ARCH apresenta alguns pontos fracos: a suposição de que choques negativos e positivos apresentam o mesmo impacto não é realista, porque na prática

os choques têm efeitos diferentes; o ARCH, não indica a fonte de variação das séries temporais, apenas fornece os procedimentos para descrever o comportamento da variância condicional associada a essas séries; o modelo ARCH em algum momento estima demasiadamente os parâmetros, pois, respondem lentamente a grandes choques, especialmente quando são choques isolados nas séries de retorno; em muitas aplicações do modelo ARCH(p), o número de desfasagens necessárias para a captura da dependência de variância condicional possivelmente seja demasiado grande e; para séries com momentos da quarta ordem finitos, o valor de α_1^2 do ARCH(1) deve estar entre $0 < \alpha_1^2 < \frac{1}{3}$, ou seja, ARCH(1) é mais restritivo.

Como o modelo ARCH precisa ordens muito altas para capturar o comportamento dos quadrados dos resíduos em uma equação de variância condicional, então Bollerslev (1986), propôs o modelo GARCH (ARCH Generalizado), que inclui na equação da variância condicional não apenas os quadrados dos resíduos, tal como os valores passados da própria variância condicional.

3.3.2.2 Modelo ARCH Generalizado

Bollerslev (1986), generalizou o modelo ARCH propondo GARCH(p,q), que adiciona termos autoregressivos sobre a própria variância. O modelo GARCH permite modelar conjuntamente a dinâmica da média condicional com a variância condicional, sendo utilizado na análise de volatilidade em séries financeiras.

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + \phi_1 r_{t-1} + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t &= \sigma_t z_t, \qquad z_t \sim N(0,1) \\ \sigma_t^2 &= \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2, \end{aligned} \tag{3.9}$$

sendo:

- ω é a constante da equação de variância condicional;
- α_i capturam o efeito ARCH;
- β_j capturam o efeito GARCH, representa a persistência da variância dos erros.

De modo a garantir que a variância condicional seja positiva, são impostas as seguintes restrições $\omega > 0,\ \alpha_i \geq 0$ e $\beta_j \geq 0$ enquanto a condição $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i + \sum_{j=1}^{q} \beta_j < 1$ é para a covariância

estacionária.

O modelo GARCH amplia a especificação ARCH ao permitir que a variância condicional seja influenciada não apenas pelos choques passados, representados pelos resíduos ao quadrado, mas também pelos seus próprios valores desfasados. Embora a formulação geral GARCH(p,q) ofereça elevada flexibilidade na modelação da volatilidade, a utilização de estruturas excessivamente complexas pode comprometer a parcimónia do modelo. Por essa razão, a literatura empírica privilegia frequentemente especificações de baixa ordem, destacando-se os modelos GARCH(1,1), GARCH(2,1) e GARCH(1,2), que, em muitos casos, são suficientes para descrever adequadamente a persistência da volatilidade observada em séries financeiras. A representação matemática do modelo GARCH(1,1) é apresentada na Equação 3.10.

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + \phi_1 r_{t-1} + \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 &= \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \end{aligned} \tag{3.10}$$

com restrições a ter em conta $\omega > 0,\ \alpha_1 \geq 0$ e $\beta_1 \geq 0$ para que garantam a variância condicional positiva (Bollerslev, 1986) e $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, para garantir a estacionaridade.

O modelo GARCH(1,1) captura de forma eficaz as principais características da volatilidade, observadas nas séries temporais financeiras. Onde α_1 mede resposta imediata de volatilidade aos choques, β_1 mede a persistência de volatilidade. A soma $\alpha_1 + \beta_1$ indica a persistência total; se for próxima de 1 há forte persistência (quase *integrated* GARCH).

Propriedades do modelo GARCH

- **Heteroscedasticidade condicional**: ao longo do tempo, a variância condicional vai variando, em função dos quadrados de erros passados e da própria variância passada, capturando a heteroscedasticidade;
- **Agrupamentos da volatilidade**: os modelos GARCH permitem representar a propensão da volatilidade para se manifestar em blocos temporais relativamente homogéneos. Assim, fases caracterizadas por fortes oscilações tendem a ocorrer de forma agrupada, ao passo que períodos de reduzida variabilidade costumam persistir durante algum tempo, evidenciando

que a intensidade das flutuações actuais está relacionada com a observada em períodos anteriores;

- **Persistência da volatilidade**: a presença dos termos da variância α_{t-j}^2 permite capturar a persistência de volatilidade a longo prazo, uma característica que o modelo ARCH não representa de forma eficiente;
- O modelo GARCH(p,q) na equação 2.3 pode ser escrito na forma $\alpha_t^2 = \omega + \alpha(X)\varepsilon_{t-1}^2 + \beta(X)\sigma_{t-1}^2$ onde $\alpha(X)$ e $\beta(X)$ são polinómios;
- A variância incondicional é dada por $\overline{\sigma}^2 = \omega/(1 - \alpha_1 - \beta_1)$, desde que $\alpha_1 + \beta_1 < 1$. Para $\alpha_1 + \beta_1 \geq 1$, a variância incondicional não está definida;
- Se $\beta_1 > \alpha_1$ significa que a variância anterior tem uma influência maior sobre a volatilidade actual do que os choques recentes e se $\beta_1 \approx 0,9$, indica forte persistência da volatilidade;
- O modelo GARCH pode, também, ser representado como ARMA dos quadrados dos resíduos;
- A soma das mudanças na frequência da série temporal converge para a normalidade. Esta é uma característica de muitos dados económicos e também é uma propriedade do processo GARCH estacionário em covariância.

Segundo Bollerslev (1986) e Engle (2001), em muitos estudos aplicando o modelo GARCH(1,1) $\beta_1 > \alpha_1$ e quando $\beta_1 \approx 0,9$ significa que o comportamento da volatilidade de taxa do câmbio apre senta memória longa, períodos de alta volatilidade tendem a persistir sendo que o mercado cambial reage gradualmente aos choques.

O modelo GARCH pode apresentar dificuldades na captura de assimetrias e efeitos de alavanca, tornando-se inadequado para séries em que a volatilidade responde de forma diferenciada à natureza do choque. Essa limitação motivou o desenvolvimento de extensões como EGARCH, TGARCH, GJR-GARCH, entre outros.

Outra limitação prende-se com a elevada persistência da volatilidade. Em aplicações empíricas, é comum que a soma dos parâmetros $\alpha_i + \beta_j$ seja próxima de um, sugerindo uma variância dos resíduos não estacionária. Nessas circunstâncias, o modelo pode sobrestimar a persistência da volatilidade e apresentar dificuldades na distinção entre choques temporários e permanentes.

O modelo GARCH padrão prevê que os resíduos estandardizados sigam certa distribuição específica, frequentemente a normal. No entanto, séries financeiras reais frequentemente apresentam assimetria e excesso de curtose, o que pode levar a uma má especificação da distribuição condicional e a estimativas ineficientes, caso não se adoptem distribuições alternativas, como a t-Student ou GED (Bollerslev, 1987; Brooks, 2019).

3.3.3 Extensões dos modelos ARCH e GARCH

3.3.3.1 Modelo GARCH-in-mean

O modelo GARCH-M incorpora a volatilidade na equação da média, permitindo que o retorno esperado seja influenciado pela variância condicional (Engle, Lilien & Robins, 1987). Dessa forma, admite-se que o risco afecte directamente o retorno esperado, pressupondo uma relação positiva entre ambos.

No GARCH-M (GARCH-in-Mean), introduzido por Engle et al. (1987), a medida de risco é incluída explicitamente na equação da média condicional, o termo de erro e a variância condicional mantém a estrutura do modelo GARCH, como está representado em 3.11:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + \lambda g(\sigma_t^2) + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t &= \sigma_t z_t, \qquad z_t \sim N(0,1) \\ \sigma_t^2 &= \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2, \end{aligned} \tag{3.11}$$

onde λ mede o efeito do risco sobre o retorno esperado, $g(\sigma_t^2) = \sigma_t^2 \quad$ ou $\quad g(\sigma_t^2) = \sigma_t$ e, z_t representa um ruído branco estandardizado.

O λ capta o prémio de risco, parâmetro que quantifica como o nível de risco afecta o retorno esperado de um activo, associado à volatilidade, um prémio de risco positivo implica que os retornos estão positivamente associados a sua volatilidade (Engle et al., 1987).

Com a relação de risco e retorno, o modelo permite empiricamente testar a hipótese segundo a qual níveis de risco mais elevados conduzem a retornos esperados mais elevados, através do sinal e

significância estatística do parâmetro λ; a simetria dos choques, na sua forma padrão, o GARCH-M é simétrico, uma vez que a variância depende de ε_t^2 (Engle et al., 1987; Bollerslev, 1986).

Apesar das suas vantagens, o modelo GARCH-M apresenta algumas limitações, a evidência empírica da relação risco-retorno é frequentemente fraca ou inconsistente, sendo comum que o parâmetro λ não seja estatisticamente significativo. O modelo mantém a simetria dos choques, não captando efeitos assimétricos ou de alavanca, o que limita a sua adequação a séries onde choques negativos têm maior impacto na volatilidade. O modelo GARCH-M pode apresentar problemas de identificação, uma vez que a variância condicional, sendo uma variável latente, entra simultaneamente na equação da média e também na equação da variância. Tal característica pode dificultar a identificação estatística do parâmetro associado ao efeito do risco, comprometendo a interpretação económica da relação risco-retorno. Também, a interpretação económica do termo de risco depende fortemente da especificação funcional adoptada para $g(\sigma_t^2)$, o que pode introduzir ambiguidade na análise empírica.

3.3.3.2 Modelo GARCH exponential

Nelson (1991) introduziu o modelo EGARCH e é um dos modelos assimétricos, desenvolvido para superar a limitação dos modelos simétricos e permite capturar o efeito diferenciado entre os choques positivos e negativos de mesma magnitude. Para EGARCH(1,1) tem-se 3.12:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t + \varepsilon_t, \\ \ln(\sigma_t^2) &= \omega + \alpha_1 \left(\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} - E\left[\frac{|z_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} \right] \right) + \gamma \left(\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right) + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2). \end{aligned} \tag{3.12}$$

Uma particularidade do modelo EGARCH reside no facto de a dinâmica da variância condicional ser especificada em termos do seu logaritmo. Esta formulação assegura que os valores estimados da volatilidade permaneçam sempre positivos, independentemente dos valores assumidos pelos parâmetros, eliminando a necessidade de impor restrições de não negatividade durante a estimação. A assimetria da volatilidade é captada pelo parâmetro γ, cujo sinal e significância estatística permitem avaliar a forma como diferentes tipos de choques influenciam a variância condicional. Quando γ assume valores negativos e estatisticamente significativos, conclui-se que perturbações desfavoráveis (choques negativos) exercem um efeito mais intenso sobre a volatilidade futura do que perturbações favoráveis (choques positivos) de igual magnitude, evidenciando a presença de efei-

tos assimétricos. Em contraste, um valor de γ estatisticamente indistinguível de zero sugere que a volatilidade reage de forma semelhante a choques positivos e negativos, caracterizando um com portamento simétrico. Por sua vez, valores positivos de γ indicam que os choques favoráveis (positivos) possuem maior capacidade de amplificar a volatilidade do que os choques desfavoráveis (negativos) de igual intensidade (Nelson, 1991).

No que respeita às propriedades dinâmicas do modelo EGARCH(1,1), a estacionaridade é assegurada quando o valor absoluto do coeficiente associado à persistência da volatilidade satisfaz a condição $|\beta_1| < 1$, garantindo que o impacto dos choques se dissipe gradualmente ao longo do tempo.

3.3.3.3 Modelo GJR-GARCH

Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) introduziram o modelo GJR-GARCH, é também assimétrico e inclui uma função indicadora para choques negativos. A equação do modelo GJR-GARCH(1,1) é dada pelo 3.13.

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t + \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 &= \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 I_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \end{aligned} \tag{3.13}$$

onde $I\{\cdot\}$ é a função indicadora ou seja uma variável *dummy* que assume o valor 1 se $\varepsilon_{t-1} < 0$ e 0 caso contrário. O parâmetro γ mede a assimetria.

No modelo GJR-GARCH, o parâmetro γ_1 desempenha um papel crucial na identificação de possíveis respostas assimétricas da volatilidade aos choques. Quando este parâmetro é nulo, a volatilidade reage de forma idêntica a inovações positivas e negativas, não havendo evidência de comportamento assimétrico. De igual modo, a ausência de significância estatística associada a γ_1 sugere que os dados não fornecem suporte empírico para a existência de efeitos de alavanca na série analisada. Em contrapartida, um valor de γ_1 significativamente diferente de zero indica que a natureza do choque influencia a intensidade da resposta da volatilidade condicional. Neste caso, perturbações favoráveis e desfavoráveis de igual magnitude deixam de produzir efeitos equivalentes sobre a dinâmica da variância. Quando γ_1 assume um valor positivo e estatisticamente significativo, verifica se que os choques negativos amplificam a volatilidade em maior medida do que os choques positivos, constituindo evidência de assimetria na variância condicional. Por outro lado, valores negativos de γ_1 revelam um comportamento inverso, no qual as inovações positivas exercem uma

influência relativamente mais intensa sobre a volatilidade futura do que as inovações negativas de igual dimensão (Glosten et al., 1993).

Para assegurar a validade estatística do modelo, a variância condicional deve permanecer estritamente positiva ao longo do tempo, o que requer o cumprimento das restrições $\omega > 0$, $\alpha_1 \geq 0$, $\alpha_1 + \gamma_1 \geq$ e $\beta_1 \geq 0$. Como também, a persistência da volatilidade deve ser suficientemente limitada para garantir a estacionaridade do processo, condição que é satisfeita quando $\alpha_1 + \frac{\gamma_1}{2} + \beta_1 < 1$.

Se o coeficiente de assimetria (γ) do modelo GJR-GARCH apresentar sinal negativo e não for estatisticamente significativo, conclui-se que a série não apresenta evidencias robustas de comportamento assimétrico da volatilidade. Nesse caso, choques negativos e positivos exercem impacto estatisticamente semelhantes sobre a variância condicional. Embora o sinal negativo sugira, teoricamente, menor impacto dos choques negativos sobre a volatilidade, a ausência de significância estatística impede que tal efeito seja validado empiricamente. Isto é, quando o coeficiente não e estatisticamente significativo, o sinal perde relevância inferencial, pois o parâmetro não é estatisticamente diferente de zero. Assim, o coeficiente negativo pode ser interpretado apenas como uma flutuação da amostra, sem evidência empírica suficiente para concluir existência de efeito assimétrico (Glosten et al, 1993; Bollerslev, 1986).

3.3.3.4 Modelo assimétrico GARCH de potência

Ding, Granger e Engle (1993), propuseram o modelo assimétrico GARCH de Potência (*Asymmetric Power* GARCH[APGARCH]), um modelo mais flexível que generaliza várias outras especificações na forma da potência dos erros e permite capturar assimetria na resposta aos choques. O modelo APGARCH constitui uma extensão da família ARCH, a estrutura geral para um modelo APGARCH(p,q) é dada pela expressão 3.14.

$$\sigma_t^{\delta} = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^{\delta} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^{\delta}, \tag{3.14}$$

onde $\delta > 0$ é o parâmetro de potência, ele permite relacionar a volatilidade e o erro. O parâmetro que mede a assimetria γ varia de $-1 < \gamma < 1$. Este parâmetro captura assimetria de forma semelhante ao modelo GJR-GARCH e a forma das caudas (Ding et al., 1993). Quando $\gamma > 0$, a volatilidade tende a aumentar mais quando os choques nas inovações são negativos do que quando os choques nas inovações forem positivos de mesma magnitude.

O modelo APGARCH(1,1) é uma extensão do GARCH que incorpora simultaneamente assimetria (efeito de alavanca), potência da variância condicional e persistência dinâmica, como ilustra a expressão 3.15.

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + \phi_1 r_{t-1} + \varepsilon_t; \quad \varepsilon_t = z_t \sigma_t, \quad z_t \sim N(0,1) \\ \sigma_t^{\delta} &= \omega + \alpha_1 (|\varepsilon_{t-1}| - \gamma_1 \varepsilon_{t-1})^{\delta} + \beta_1 \sigma_{t-1}^{\delta}, \end{aligned} \tag{3.15}$$

sendo $\omega > 0, \quad \alpha_1 \geq 0, \quad \beta_1 \geq 0, \quad \delta > 0$ (parâmetro de potência) e $-1 < \gamma_1 < 1$ (assimetria). O parâmetro δ controla a potência da volatilidade, γ_1 capta a assimetria, β_1 é o parâmetro que mede a persistência da volatilidade e α_1 mede o impacto dos choques recentes.

O modelo APGARCH engloba, como casos particulares, vários modelos utilizados, entre eles apresentam-se os casos:

1. Quando $\delta = 2$, o modelo reduz-se ao GJR-GARCH de Glostern et al. (1993), isto é, $\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 (|\varepsilon_{t-1}| - \gamma_1 \varepsilon_{t-1})^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$;
2. Se $\delta = 2$ e $\gamma_1 = 0$, obtém-se o modelo GARCH de Bollerslev (1986), que é $\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$;
3. Quando $\delta = 1$, o modelo reduz-se ao TGARCH de Zakoian (1994), isto é, $\sigma_t = \omega + \alpha_1 (|\varepsilon_{t-1}| - \gamma_1 \varepsilon_{t-1}) + \beta_1 \sigma_{t-1}$.

3.3.4 Estimação dos coeficientes dos modelos

A estimação dos coeficientes dos modelos de volatilidade baseou-se no método da Máxima Verossimilhança, admitindo que os resíduos seguiam a distribuição normal condicional. A função de verossimilhança foi formulada a partir da densidade da distribuição normal e transformada em log-verossimilhança, sendo posteriormente maximizada numericamente para determinar os valores dos parâmetros que melhor se ajustam aos dados observados. Este procedimento permite obter estimadores para os parâmetros do modelo, sendo muito utilizado na estimação dos modelos da família ARCH.

Em todas as especificações, assumiu-se inicialmente que os erros seguiam uma distribuição normal; todavia, foram consideradas distribuições alternativas, como a t-Student, quando fosse necessário,

para acomodar caudas mais pesadas.

Considerando que os erros condicionais seguem a distribuição normal, tem-se que $\varepsilon_t \mid \mathcal{F}_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$, onde $\mathcal{F}_{t-1}$ indica toda a informação disponível até ao instante anterior. A partir desta suposição, obtém-se a função densidade de probabilidade condicional apresentada na Equação 3.16.

$$f(\varepsilon_t|\mathcal{F}_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right). \tag{3.16}$$

Considerando uma amostra de n observações independentes condicionais, a função de verossimilhança é obtida pelo produto das densidades individuais, dada pela equação 3.17:

$$L(\theta) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right), \tag{3.17}$$

onde o θ representa o vector de parâmetros do modelo.

Uma vez que a função de verossimilhança envolve o produto de vários termos, é comum utilizar a sua forma logarítmica, que simplifica os cálculos. Assim, a log de verossimilhança é geralmente expressa pela Equação 3.18:

$$\ln L(\theta) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\ln(\sigma_t^2) + \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}\right]. \tag{3.18}$$

A expressão 3.9 constitui a função objectivo a ser maximizada na estimação dos parâmetros.

Sob a suposição de normalidade e uma vez o termo $log(2\pi)$ não envolve nenhum parâmetro, a função de log-verossimilhanc¸a torna-se 3.19:

$$\ln L(\theta) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\ln(\sigma_t^2) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}. \tag{3.19}$$

A estimativa da máxima verossimilhança é o vector dos parâmetros da especificação maximizando a função log-verossimilhança. Na prática para a maximização do $logL$, devem ser escolhidos os valores iniciais para os parâmetros e geralmente usa-se zero como valor inicial, em seguida, a maximização de log de verossimilhança ($logL$) é feita usando técnicas de optimização numérica

como Newton-Raphson, BHHH e BFGS e o método mais comum é de optimização iterativa de Newton-Raphson, na forma da Equação 3.20:

$$\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i-1} + \phi \left(\sum_{t=1}^{n} \frac{\partial \ln L_t}{\partial \theta} \frac{\partial \ln L_t}{\partial \theta'} \mid_{\theta=\hat{\theta}_{i-1}} \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^{n} \frac{\partial \ln L_t}{\partial \theta} \mid_{\theta=\hat{\theta}_{i-1}} \right), \tag{3.20}$$

onde $\mathbf{H}(\hat{\theta}_i) = \sum_{t=1}^{n} \frac{\partial \ln L_t}{\partial \theta} \frac{\partial \ln L_t}{\partial \theta'}$; $\mathbf{S}(\hat{\theta}_i) \sum_{t=1}^{n} \frac{\partial \ln L_t}{\partial \theta}$ e $\hat{\theta}_i$ é um vector de parâmetros estimados na iteração i, ϕ é um escalar usado para modificar o cumprimento do passo, $\mathbf{H}(\hat{\theta}_i)$ e $\mathbf{S}(\hat{\theta}_i)$ denotam a matriz hessiana o vector *score* ou gradiente de log-verossimilhança na iteração i, respectivamente.

Estimando os parâmetros e assumindo que os resíduos padronizados seguem distribuição t-Student, conforme Bollerslev (1987), pelo método de máxima verossimilhança, essa estimação consistiu na maximização numérica da função log-verossimilhança condicional, incluindo simultaneamente os parâmetros da média, a variância condicional e graus de liberdade da distribuição t. A distribuição t usa-se por acomodar caudas pesadas e por produzir a estimação mais robusta do que a distribuição normal.

Considerando a equação da média condicional $r_t = \mu + \varepsilon_t$ com $\varepsilon_t = \sigma_t \times z_t$, onde os resíduos $z_t \sim t_\nu(0,1)$, com ν graus de liberdade e propondo ajustar o modelo GARCH, com a variância condicional $\sigma_t^2 = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$ e os parâmetros a estimar $\theta = (\mu, \omega, \alpha, \beta, \nu)$, a densidade t-Student padronizada é dada por (3.21), (Bollerslev,1987).

$$f(z_t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\sqrt{\pi(\nu-2)}} \left(1 + \frac{z_t^2}{\nu-2}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}, \tag{3.21}$$

onde $\Gamma(.)$ é a função gama $\nu > 2$. Como $z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}$, a densidade condicional é (3.22)

$$f(\varepsilon_t|\mathcal{F}_{t-1}) = \frac{1}{\sigma_t} f\left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}\right). \tag{3.22}$$

A expressão (3.23) representa a função de verossimilhança condicional

$$L(\theta) = \prod_{t=1}^{n} f(\varepsilon_t|\mathcal{F}_{t-1}), \tag{3.23}$$

logo, a log de verossimilhança torna-se (3.24)

$$\ell(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \ln f(\varepsilon_t | \mathcal{F}_{t-1}). \tag{3.24}$$

Substituindo:

$$\ell(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \left[\ln \Gamma \left(\frac{\nu+1}{2} \right) - \ln \Gamma \left(\frac{\nu}{2} \right) - \frac{1}{2} \ln(\pi(\nu-2)) - \ln(\sigma_t) - \frac{\nu+1}{2} \ln \left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{(\nu-2)\sigma_t^2} \right) \right]. \tag{3.25}$$

Essa é a função maximizada.

Para a obtenção dos estimadores, $\hat{\theta} = \arg\max_\theta \ell(\theta)$, ou seja, efectua-se a derivada parcial para todos os parâmetros, isto é, $\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta} = 0$.

Assumindo que os resíduos padronizados seguem uma *Generalized Error Distribution* (GED), conforme proposto por Bollerslev (1987), a equação (3.26) é da densidade GED padronizada

$$f(z_t) = \frac{\nu}{\lambda 2^{1+\frac{1}{\nu}} \Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right)} \exp \left[-\frac{1}{2} \left| \frac{z_t}{\lambda} \right|^\nu \right], \tag{3.26}$$

onde $\lambda = \left(\frac{2^{-2/\nu} \Gamma(1/\nu)}{\Gamma(3/\nu)} \right)^{1/2}$, $\Gamma(.)$ é a função gama e ν controla caudas e curtose.

E a log de verossimilhança, que é a função para maximizar, é representada pela expressão (3.27)

$$\ell(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \left[\ln(\nu) - \ln(\lambda) - \left(1 + \frac{1}{\nu} \right) \ln 2 - \ln \Gamma \left(\frac{1}{\nu} \right) - \ln(\sigma_t) - \frac{1}{2} \left| \frac{\varepsilon_t}{\lambda \sigma_t} \right|^\nu \right]. \tag{3.27}$$

Como ν controla as caudas e curtose, se:

- $\nu = 2$, tem-se uma distribuição normal;
- $\nu < 2$ tem-se caudas pesadas (leptocúrtica), ou seja, caudas maiores do que a distribuição normal e
- $\nu > 2$ tem-se as caudas mais leves do que a distribuição normal.

As iterações terminam se a diferença entre os parâmetros é mínima possível, por defeito usa-se

0,001.

3.3.5 Diagnóstico da adequação do modelo

Depois de estimar os modelos de volatilidade, procedeu-se ao diagnóstico dos resíduos com o objectivo de avaliar a adequação da especificação proposta. Para tal, são analisados os resíduos padronizados e aplicados testes de autocorrelação e heteroscedasticidade condicional. A selecção do modelo mais adequado foi efectuada com base em critérios AIC e BIC e, no valor da log-verossimilhança. Complementarmente, o desempenho para a previsão dos modelos dentro da amostra foi avaliado por meio de indicadores de precisão, nomeadamente a raiz do erro quadrático médio (REMQ), o erro quadrático médio (EQM), o erro absoluto médio (EAM) e o erro percentual médio absoluto (EPMA). De forma adicional, a comparação entre modelos simétricos e assimétricos pode ser complementada pela análise da curva de impacto das notícias, que permite visualizar a forma como os choques positivos e os negativos afectam a volatilidade condicional.

Prosseguindo são apresentadas as fórmulas de critérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC), amplamente utilizados na comparação de modelos econométricos e das medidas de desempenho das previsões: O Critério de Informação de Akaike (AIC), proposto por Hirotugu Akaike (1974), é definido por $AIC = -2ln(L) + 2k$, em que L representa o valor da função de verossimilhança e k o número de parâmetros estimados. Por sua vez, o Critério de Informação Bayesiano (BIC), introduzido por Gideon Schwarz (1978), é expresso por $BIC = -2ln(L) + kln(n)$, onde n corresponde ao tamanho da amostra.

A utilização conjunta dos critérios AIC e BIC permite comparar modelos não apenas pela sua capacidade de reproduzir os dados observados, mas também pela complexidade associada à sua parametrização. Deste modo, modelos excessivamente elaborados são penalizados, favorecendo especificações que alcançam um desempenho satisfatório com um número mais reduzido de parâmetros. Consequentemente, valores inferiores de AIC e BIC são interpretados como evidência de uma estrutura mais adequada para representar o fenómeno em análise.

Indicadores de desempenho das previsões dentro da amostra

A avaliação do desempenho de um modelo pode ser realizada através da análise das previsões ge-

radas para as próprias observações utilizadas na sua estimação. Neste procedimento, os valores produzidos pelo modelo são confrontados com os registos efectivamente observados, permitindo verificar até que ponto a especificação adoptada consegue reproduzir a trajectória da série ao longo do período analisado. A discrepância entre o valor observado e o correspondente valor estimado constitui o erro de previsão, o qual serve de base para diversas medidas de precisão da previsão. Formalmente, este erro é obtido pela diferença entre a observação realizada e a previsão gerada pelo modelo, conforme expresso $e_t = y_t - \hat{y}_t$ em que y_t representa o valor observado da variável no instante t, $\hat{y}_t$ corresponde ao valor estimado pelo modelo para o mesmo instante temporal e e_t traduz a magnitude do desvio entre ambos.

Os passos da previsão nas séries temporais normalmente envolve as seguintes fases: (i) identificação do modelo que se analisa o comportamento da série temporal, verificando estacionaridade, autocorrelação e heteroscedasticidade; (ii) estimação dos parâmetros por método de máxima verossimilhança ou mínimos quadrados; (iii) diagnóstico do modelo, que avalia se os resíduos apresentam comporta mento aleatório, falta de autocorrelação e estabilidade da variância; (iv) geração das previsões, onde se utiliza o modelo ajustado para obter valores previstos da variável de interesse e (v) avaliação da precisão das previsões, que se calculam indicadores como MAE, RMSE e MAPE para comparar o desempenho dos modelos.

Nos modelos ARCH ou GARCH, as previsões são frequentemente direccionadas para a volatilidade condicional da série financeira. A previsão da variância condicional, por exemplo no modelo GARCH(1,1) é dada pela equação: $h_t = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$.

Dentro da amostra, os indicadores de desempenho das previsões e as respectivas fórmulas são:

- O Erro quadrático médio (*Mean Squared Error* [MSE]) é dado por $MSE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t - y_t)^2$;
- A Raiz do erro médio quadrático (*Root Mean Squared Error* [RMSE]) é dada por $RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t - y_t)^2}$;
- O Erro absoluto médio (*Mean Absolute Error* [MAE]) é dado por $MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}|\hat{y}_t - y_t|$;
- O Erro percentual médio absoluto (*Mean Absolute Percentage Error* [MAPE]) tem como fórmula $MAPE = \frac{100}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t}\right|$.

O modelo com menores valores destas medidas apresenta melhor desempenho.

Acrescentando, a precisão das previsões dentro da amostra foi avaliada com recurso à estatística U de Theil, uma medida amplamente utilizada para aferir o desempenho da previsão dos modelos. Esta estatística permite quantificar o grau de proximidade entre os valores observados e os estimados, constituindo um indicador da qualidade das previsões geradas pelo modelo.

De forma geral, valores da estatística U de Theil mais próximos de zero indicam maior precisão da previsão e, consequentemente, um melhor desempenho do modelo na reprodução do comportamento da série em estudo. A formulação matemática desta medida é apresentada na Equação 3.28.

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t^2} + \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \hat{y}_t^2}}, \tag{3.28}$$

sendo: y_t o valor observado da série no momento t; $\hat{y}_t$ o valor previsto por modelo; n o número das observações e $y_t - \hat{y}_t$ o erro de previsão.
E quanto à sua interpretação, se $U = 0$ a previsão é perfeita; se $0 < U < 1$ é uma boa previsão; se $U = 1$ a previsão não é boa e se $U > 1$ é a pior previsão.

Foram igualmente analisados a significância estatística dos coeficientes, a persistência da volatilidade ($\alpha + \beta$) e o comportamento dos parâmetros de assimetria (γ). A estimação dos coeficientes de todos os modelos foi realizada pelo método de Máxima Verossimilhança. Onde se assumiu inicialmente uma distribuição Normal, e posteriormente foram testadas as distribuições com as caudas pesadas t-Student e de Erro Generalizado (GED).

Previsão da taxa de câmbio

A avaliação da capacidade de previsão dos modelos deve ser realizada com observações que não participaram no processo de estimação, procedimento conhecido como avaliação fora da amostra (*out-of-sample forecasting*). Segundo Tashman (2000), os erros calculados dentro da amostra tendem a subestimar os verdadeiros erros de previsão, podendo conduzir a conclusões excessivamente optimistas sobre o desempenho do modelo. De igual modo, Hyndman e Athanasopoulos (2021) salientam que a precisão das previsões apenas pode ser adequadamente avaliada através

de dados novos, não utilizados na estimação dos parâmetros. Nesta perspectiva, a utilização de observações subsequentes ao período de estudo permite reproduzir o contexto um pouco mais realista de previsão enfrentado pelos agentes económicos, constituindo uma abordagem mais rigorosa para comparar modelos concorrentes e avaliar a sua capacidade de generalização.

3.4 Questões éticas

O estudo respeita os princípios éticos aplicados à investigação científica, assegura a integridade, a transparência e a responsabilidade na condução de todas as etapas do processo da investigação. Importa destacar que a investigação se baseia exclusivamente em dados secundários de natureza macroeconómica, nomeadamente séries temporais de taxa do câmbio entre as duas moedas dos dois países, Moçambique e África do Sul, o Metical e o Rand, respectivamente, obtidos a partir de fontes oficiais para o uso público. Assim, não envolve a recolha de dados primários junto de indivíduos, nem o tratamento de informações pessoais ou sensíveis, não colocando em risco a privacidade ou confidencialidade de qualquer sujeito ou instituição.

Adicionalmente, foram respeitados os princípios de honestidade académica, mediante a correcta citação e referência de todas as fontes bibliográficas, metodológicas e de dados utilizadas ao longo do estudo, evitando qualquer forma de plágio ou apropriação indevida de ideias. No que diz respeito à análise e apresentação de resultados da investigação, procurou-se garantir a objectividade e a imparcialidade, evitando a manipulação ou distorção dos dados com o intuito de favorecer de terminadas conclusões. Os métodos estatísticos aplicados, incluindo modelos da família ARCH, foram utilizados de forma transparente e devidamente fundamentados na literatura científica.

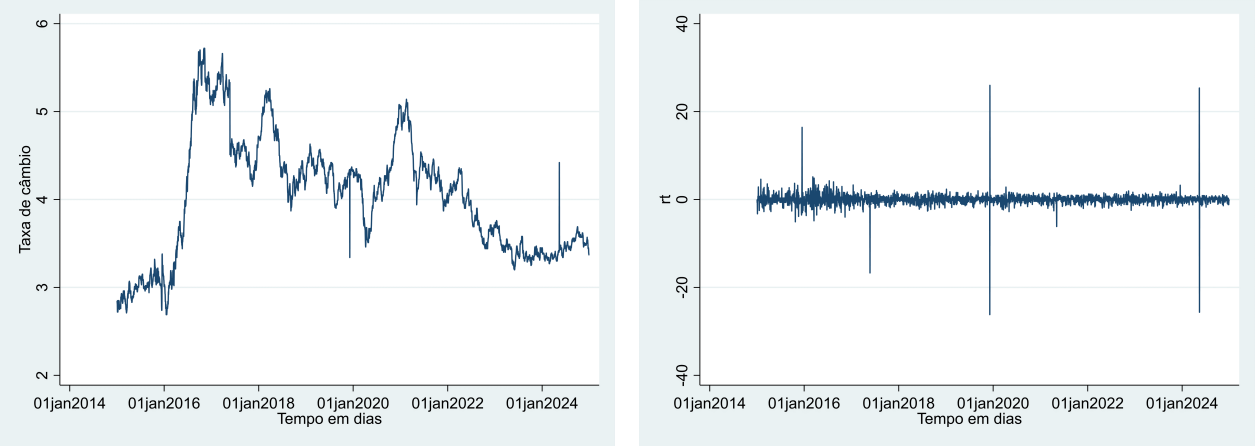
Por fim, reconhece-se que os resultados obtidos devem ser interpretados dentro das limitações inerentes aos modelos econométricos utilizados e à qualidade dos dados disponíveis, não devendo ser utilizados de forma indevida para fins que ultrapassem o escopo académico do presente trabalho. Deste modo, o estudo encontra-se de harmonia com os princípios éticos da investigação científica e das exigências de Universidade Eduardo Mondlane, contribuindo de forma responsável para o avanço do conhecimento na área da modelação de séries temporais.

4 Resultados e discussão

4.1 Resultados

4.1.1 Análise descritiva dos dados

A série temporal da taxa de câmbio nominal envolvendo o novo Metical moçambicano e o Rand sul-africano, expressa como o número de Meticais necessários para a aquisição de uma unidade de Rand, possui frequência diária e compreende o período de 1 de Janeiro de 2015 a 31 de Dezembro de 2024. A amostra é constituída por 3653 observações, as quais serviram de base para a análise empírica desenvolvida neste estudo.



(a) Série da taxa de câmbio entre o MZN/ZAR. **(b)** Série de retornos entre o MZN/ZAR.

Figura 4.1: Evolução da série da taxa de câmbio e de retornos entre o MZN/ZAR.

Conforme ilustra a Figura 4.1(a), a série mostra variações no nível e na volatilidade ao longo do período, permitindo identificar padrões típicos de mercados cambiais. A série apresenta tendência ascendente de 2015 até um pouco do final do primeiro semestre de 2017, tendo aumentado de cerca de 2,8 para mais de 5,5 pontos. Esse comportamento reflecte uma forte depreciação do Metical. Tendência descendente moderada a partir do último semestre de 2017 e se estende até finais de 2024. Após atingir um pico entre 2016 e 2017, a taxa apresenta uma tendência de queda suave, ainda com flutuações marcantes. O Metical mostra algum nível de apreciação gradual, embora sem retornar aos níveis anteriores a 2016.

Já na Figura 4.1(b), verifica-se uma série de retornos oscilando em torno de zero ao longo de todo o

horizonte temporal. No entanto, verificam-se episódios pontuais de grande volatilidade, representa dos por picos positivos e negativos de magnitude fora do intervalo ±20 superior ao comportamento típico da série. Esses movimentos repentinos sugerem a presença de choques exógenos, frequentemente associados a acontecimentos macroeconómicos. A presença desses episódios extremos indica que os retornos exibem heteroscedasticidade condicional, o que é característico de dados financeiros em que períodos de turbulência e tranquilidade se alternam. Tal padrão oferece suporte para que se utilize os modelos da família ARCH ou GARCH, capazes de capturar a dinâmica temporal da variância. Apesar desses choques, a maior parte da série apresenta volatilidade baixa e relativamente estável. Em suma, a Figura 4.1(b), sugere que os retornos da taxa de câmbio entre o MZN/ZAR são estacionários em média, porém voláteis em momentos específicos, justificando a aplicação de modelos de volatilidade.

O comportamento da série y_t, na Figura 4.1(a), sugere pelo menos possíveis quebras estruturais entre 2015 a 2016, ajustes repentinos por volta de 2018 e 2020 e, redução da volatilidade após 2021. Ainda se observa um choque negativo e queda brusca, em torno de 2020 a 2022, possivelmente ligado à turbulência financeira do período inicial da pandemia de Covid-19. Um choque negativo isolado em 2024. Da Figura 4.1 (b), pode ser observada a presença do agrupamento de volatilidade, isto é, períodos em que as grandes variações se agrupam, seguidos de períodos relativamente calmos.

A detecção de quebras estruturais foi realizada sobre a série de retornos utilizando testes de estabilidade dos parâmetros e testes de múltiplas quebras. A identificação de eventuais mudanças no processo gerador dos dados permite garantir a adequação dos modelos estimados e evitar problemas de má especificação. O teste de quebra estrutural com data desconhecida não mostrou a presença de quebras estatisticamente significativas na média da série de retornos, conforme indicado pelo elevado valor-p ($valor - p = 0,2990$) da estatística Supremum Wald. Embora tenha sido identificada uma potencial data de quebra (6 de Outubro de 2016), esta não é significativa, averiguando estatisticamente pelo valor-p. Assim, conclui-se que não há evidência de instabilidade nos parâmetros da média ao longo do período que foi analisado, permitindo a estimação dos modelos na amostra completa.

A taxa de câmbio (y_t) entre o MZN/ZAR apresenta uma média de 4,03, com valores variando entre 2,69 e 5,72, reflectindo episódios de forte apreciação e depreciação do Metical. A distribuição apresenta uma assimetria positiva e curtose inferior que a normal, a indicar menor concentração de valores extremos.

Tabela 4.1: Estatísticas descritivas da taxa de Câmbio e os respectivos retornos.

Série	N	Média	Desvio padrão	Mín.	Máx.	Assimetria	Curtose
y_t	3653	4,0263	0,68	2,69	5,72	0,23	2,35
r_t	3652	0,0046	1,23	-26,19	25,96	-0,20	232,21

Relativamente aos retornos da taxa de câmbio (r_t), observa-se uma média próxima de zero e um desvio padrão próximo da unidade, características frequentemente associadas a séries estacionárias. A elevada curtose evidencia a presença de leptocurtose acentuada, indicando distribuições com caudas pesadas e, consequentemente, uma maior probabilidade de ocorrência de variações extremas. Por sua vez, a ligeira assimetria negativa sugere uma predominância de choques desfavoráveis em relação aos favoráveis. De modo geral, estes resultados estão em consonância com as evidências empíricas reportadas na literatura sobre séries temporais financeiras.

4.1.2 Resultados dos testes preliminares

Os resultados do teste ADF, aplicado à série da taxa de câmbio em nível, sem inclusão de constante e de tendência determinística, revelaram uma estatística de teste de -2,064. Como este valor é superior (em termos absolutos, menos negativo) ao valor crítico de -2,860 ao nível de significância de 5%, e o respectivo valor-p é de 0,2592, não se rejeita a hipótese nula, de presença de raiz unitária. Estes resultados sugerem que a série em nível é não estacionária, apresentando um comportamento de passeio aleatório. Em contrapartida, a aplicação do teste ADF à série de retornos produziu uma estatística de teste de -33,910, valor substancialmente inferior ao valor crítico de -2,860 ao mesmo nível de significância. Adicionando, o valor-p de 0,0000 permite que se rejeite a hipótese nula de raiz unitária. Consequentemente, significa que a série de retornos é estacionária, mostrando propriedades estatísticas adequadas para a modelação econométrica. Importa referir que, em ambos os casos, o teste ADF foi estimado com três desfasagens, de modo a controlar a possível autocorreção serial dos resíduos.

Tabela 4.2: Testes preliminares das séries da taxa de câmbio e dos retornos.

Série	Teste de ADF (3)		Teste de Ljung-Box	Teste de Jarque-Bera	
	Z(t)	Valor crítico (5%)	Lj Q(10)	$\chi^2(2)$	JB
y_t	$-2,064$ (0,2592)	-2,860	$35640,61$ (0,0000)	$147,54$ (0,0000)	$95,35$ (0,0000)
r_t	$-33,910$ (0,0000)	-2,860	$92,1307$ (0,0000)	–	$8e+6$ (0,0000)

Os resultados do teste de Ljung-Box apontam para a existência de correlação serial nas observações analisadas. No caso da taxa de câmbio, a estatística Q = 35.640,61 e o correspondente valor-p de 0,0000 fornecem evidência suficiente para rejeitar a hipótese nula de independência temporal. Este resultado sugere que a evolução da série inclui informação proveniente dos seus próprios valores passados.

Para os retornos cambiais, a estatística Q = 92,13, igualmente associada a um valor-p de 0,0000, conduz à mesma conclusão. Assim, verifica-se que os retornos apresentam uma estrutura dinâmica que não é compatível com um processo de ruído branco, mostrando a persistência de relações temporais que devem ser consideradas na modelação econométrica da série. A existência de auto correlação nos retornos justifica a modelação da equação da média através de processos autoregressivos, uma vez que parte da informação contida nos valores passados da série pode contribuir para a explicação do seu comportamento presente.

Os resultados do teste de Jarque-Bera fornecem evidência contra a hipótese de normalidade, tanto para a série da taxa de câmbio como para os respectivos retornos. Em ambos os casos, os valores p observados são inferiores a 5%, indicando que as distribuições empíricas apresentam desvios significativos em relação é distribuição normal. Tais desvios são consistentes com propriedades frequentemente associadas a séries financeiras, incluindo assimetria e concentração excessiva de probabilidade nas caudas da distribuição, características que reflectem a maior incidência de movimentos extremos nos mercados cambiais.

Com a rejeição de hipótese da normalidade reforça-se a pertinência da utilização de distribuições

alternativas, como a distribuição t-Student ou a distribuição de erro generalizado (GED), para a estimação dos modelos da família ARCH ou GARCH, de modo a acomodar adequadamente a presença de caudas pesadas nos dados.

Tabela 4.3: Estimação dos coeficientes da equação do modelo ARIMA(1,0,1).

Modelo	μ	ϕ_1	θ_1	Condição
ARIMA(1,0,1)	$0,0046$ (0,7690)	$0,2684$ (0,0000)	$-0,4260$ (0,0000)	$\lvert\phi_1\rvert < 1$

Como a análise do modelo autoregressivo com heteroscedasticidade condicional é realizada a partir dos resíduos de um modelo ARIMA, primeiro foram estimados os coeficientes do modelo ARIMA(1,0,1) para obter os resíduos.

A estimação da equação da média revela que os coeficientes associados às componentes autoregressiva e de média móvel apresentam significância estatística ao nível de 5%. Esta evidência sugere que o comportamento corrente dos retornos é influenciado por informações provenientes de períodos anteriores, reflectindo a existência de uma dinâmica temporal de curto prazo na série da taxa de câmbio. Em contrapartida, o coeficiente da constante não apresenta significância estatística, o que sugere a inexistência de uma componente determinística relevante na média da série. Deste modo, verifica-se que a especificação ARMA adoptada descreve adequadamente o comportamento condicional da média dos retornos, captando a estrutura de dependência temporal existente nos dados. O modelo ARMA(1,1) que foi estimado, com a série de retornos, resultou na Equação (4.1), depois de substituídos os coeficientes.

$$r_t = \underset{(0,7690)}{0,0046} + \underset{(0,0000)}{0,2684} r_{t-1} - \underset{(0,0000)}{0,4260} \varepsilon_{t-1} \tag{4.1}$$

A avaliação pós-estimação dos resíduos não revelou indícios de dependência serial não captada pelo modelo. A inspecção das funções de autocorrelação (ACF) e de autocorrelação parcial (PACF), apresentadas na Figura 4.2, mostra que os coeficientes estimados permanecem dentro dos limites de confiança, não evidenciando padrões sistemáticos de correlação ao longo das desfasagens consideradas. Este comportamento sugere que a estrutura dinâmica incorporada na equação da média foi suficiente para absorver a dependência temporal presente na série.

A robustez deste posicionamento é confirmada pelos resultados do teste de Ljung-Box aplicado aos resíduos. A estatística Q(10) = 7,0786, associada a um valor-p de 0,7180, não se revelou sig-

nificativa, impossibilitando a rejeição da hipótese nula de ausência de autocorreção conjunta até à décima desfasagem. Em termos econométricos, este resultado indica que os resíduos apresentam um comportamento compatível com um processo de ruído branco, constituindo evidência favorável à adequação da especificação adoptada para a equação da média.

Estes resultados indicam que os resíduos apresentam um comportamento compatível com o de ruído branco, sugerindo que a especificação adoptada para a equação da média foi capaz de captar adequadamente a estrutura de dependência serial presente na série. Consequentemente, pode-se dizer de que não subsistem padrões sistemáticos de autocorrelação nos resíduos que justifiquem a inclusão de termos adicionais na equação da média.

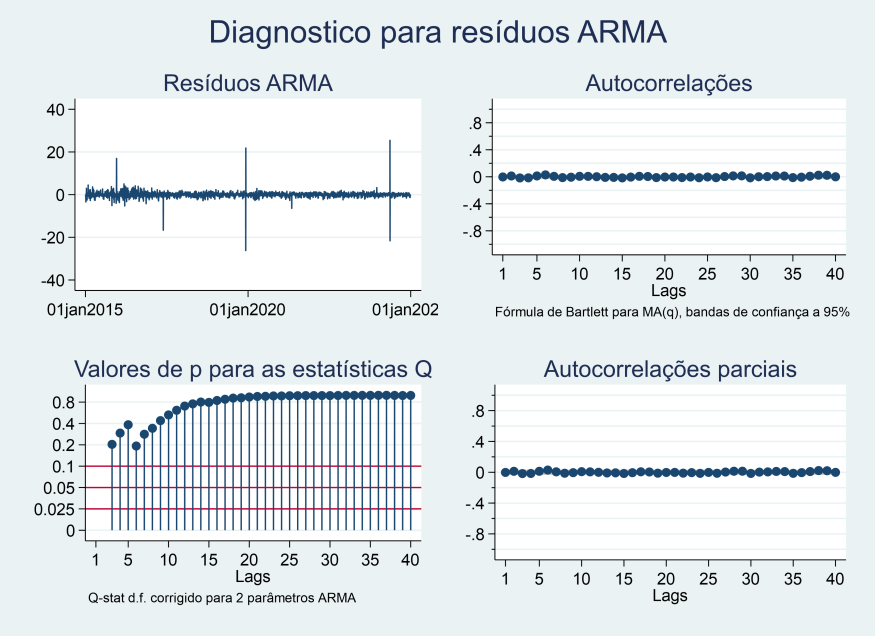


Figura 4.2: Diagnóstico dos resíduos dos retornos pelo ARIMA.

Teste de efeito ARCH do Multiplicador de Lagrange

Os resultados do teste de efeitos ARCH, apresentados na Tabela 4.4, evidenciam a rejeição da hipótese nula de ausência de heteroscedasticidade condicional para todas as desfasagens consideradas. Este resultado indica a presença de efeitos ARCH nos resíduos da série analisada, revelando que a variância dos erros não permanece constante ao longo do tempo. A detecção de heteroscedasticidade condicional sugere a existência de agrupamentos de volatilidade, uma característica frequentemente observada em séries financeiras. Assim, com esse resultado, mostra que modelos com variância condicional heteroscedástica, como os modelos ARCH ou GARCH e suas extensões

assimétricas, são apropriados para modelar a série em estudo.

Tabela 4.4: Teste de efeito ARCH de Multiplicador de Lagrange.

Lags	1	2	3	4	5
χ^2	$661,511$ (0,0000)	$802,750$ (0,0000)	$841,305$ (0,0000)	$852,151$ (0,0000)	$854,915$ (0,0000)

4.1.3 Resultados dos modelos de volatilidade

A análise dos resíduos dos modelos estimados mostrou desvios em relação à hipótese de normalidade, conforme os resultados do teste de Jarque-Bera, bem como pela presença de curtose excessiva e possíveis assimetrias na distribuição dos erros. Este comportamento é consistente com a literatura empírica em séries financeiras, onde é comum observar distribuições com caudas pesadas (leptocurtose), não seguindo a suposição de normalidade.

Perante esta evidência, a adopção da distribuição normal na estimação dos modelos da família ARCH ou GARCH poderá não representar adequadamente o comportamento dos resíduos, comprometendo a precisão das inferências estatísticas, sobretudo no que se refere à probabilidade de ocorrência de eventos extremos. Com efeito, a presença de caudas pesadas sugere que a distribuição normal tende a subestimar a frequência de observações extremas observadas na série. Neste contexto, procedeu-se com a nova estimação dos modelos assumindo que os termos de erro seguissem uma distribuição t-Student, a qual é mais flexível na acomodação de distribuições leptocúrticas. Assim, a utilização da distribuição t-Student revelou-se metodologicamente adequada, por permitir uma representação mais realista das características empíricas dos resíduos e, consequentemente, uma modelação mais robusta da volatilidade da série em estudo.

O teste conjunto da assimetria de Engle e Ng, mostrou assimetria significativa nos resíduos do modelo ARIMA(1,0,1). Embora o componente associado ao viés simples de sinal ($\hat{\alpha}_1 = -0,8084; valor-p = 0,270$) não tenha apresentado significância estatística, os coeficientes relacionados à magnitude dos choques positivos ($\hat{\alpha}_2 = 6,3768; valor-p = 0,000$) e negativos ($\hat{\alpha}_3 = -6,2535; valor-p = 0,000$) mostraram-se estatisticamente significativos. Esses resultados indicam que a série responde de maneira diferenciada à intensidade dos choques, caracterizando comportamento assimétrico da variância condicional. Consequentemente, optou-se pela utilização de modelos as-

simétricos de volatilidade, como EGARCH, GJR-GARCH e APGARCH, por serem mais adequados para capturar os efeitos diferenciados das notícias positivas e negativas sobre as inovações. O teste, que avalia conjuntamente as hipóteses: $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, aplicado aos resíduos do modelo ARIMA(1,0,1) mostra evidências estatisticamente significativas de assimetria na resposta aos choques ($F(3; 3647) = 146,35$). A rejeição da hipótese nula ao nível de 5% de significância fornece evidência estatística da existência de assimetria na resposta da volatilidade aos choques do mercado. Este resultado indica que choques positivos e negativos produzem efeitos distintos sobre a variância condicional da série, sugerindo a presença de efeitos de assimetria na dinâmica da volatilidade. Esse resultado sugere que modelos simétricos podem ser inadequados para descrever completamente a dinâmica da volatilidade, sendo que abriu espaço para utilizar os modelos assimétricos da classe ARCH em uma modelação mais eficiente da volatilidade condicional.

4.1.4 Resultados dos modelos simétricos

Modelo ARCH(1)

No modelo ARCH(1), com componente MA(1), o parâmetro associado ao termo de média móvel apresentou sinal positivo e significância estatística ao nível de 5% ($\theta_1 = 0,2687; valor - p = 0,0000$). Tal evidência indica que a dinâmica da média dos retornos inclui um componente de dependência serial de curto prazo, justificando a inclusão da estrutura MA(1) na especificação do modelo. A constante da equação da média condicional não se revelou estatisticamente significativa, sugerindo ausência de retorno médio distinto de zero. Na equação da variância condicional, o coeficiente ARCH(1) mostrou-se positivo e estatisticamente significativo ($\alpha = 0,2920; valor - p = 0,0000$), significando a presença de heteroscedasticidade condicional e mostrando que choques passados influenciam o comportamento actual da série. A condição de estacionaridade ($\alpha < 1$) é satisfeita, garantindo a estabilidade do processo e a existência de variância não condicional finita. Para este modelo, os resultados sugerem que o comportamento da série é adequadamente capturado por um modelo ARCH(1), sendo este preferível em relação às especificações mais complexas devido à sua parcimónia e capacidade explicativa, como ilustra a Tabela 4.6.

Modelo GARCH(1,1)

O modelo GARCH(1,1), com componente MA(1), indica que o termo de primeira ordem de média móvel (MA(1)) é positivo e significativo estatisticamente ($\theta_1 = 0,2728; valor - p = 0,0000$),

mostra a presença de dependência temporal de curto prazo nos retornos. A constante da equação da média condicional não se mostrou estatisticamente significativa, sugerindo ausência de retorno médio distinto de zero. Na equação da variância condicional, o coeficiente ARCH(1) é positivo e significativo ($\alpha = 0,2857; valor - p = 0,0000$), a indicar a presença de heteroscedasticidade condicional e deixando claro que choques passados influenciam o comportamento actual da série. Por outro lado, o termo GARCH(1) não foi estatisticamente significativo, sugerindo baixa persistência da volatilidade.

A soma $\alpha + \beta = 0,3518$ indica que os choques nas inovações têm efeito relativamente transitórios, dissipando-se rapidamente ao longo do tempo. De forma geral, os resultados do modelo MA(1)+GARCH(1,1), sugerem que a dinâmica do comportamento da volatilidade é explicada por efeito ARCH, podendo justificar a utilização de uma especificação mais parcimoniosa do tipo ARCH(1), como está na Tabela 4.6.

Modelo GARCH-M(1,1)

O modelo GARCH-M(1,1), não mostrou uma relação estatisticamente significativa entre risco e retorno, uma vez que o coeficiente do termo prémio de risco não se mostrou significativo ($\lambda = 0,0011; valor - p = 0,964$). A constante da equação da média condicional também não apresentou significância estatística, indicando ausência de retorno médio distinto de zero. Na equação da variância condicional, o coeficiente ARCH(1) é positivo e também significativo ($\alpha = 0,2889; valor - p = 0,0000$), mostrando a presença de heteroscedasticidade condicional. No entanto, o coeficiente GARCH(1) não se mostrou estatisticamente significativo, sugerindo baixa persistência da volatilidade. A soma $\alpha + \beta = 0,3153$ indica que os choques das inovações são transitórios e dissipam-se rapidamente ao longo do tempo.

Ao todo, o modelo não é estatisticamente significativo ($valor - p = 0,9639$), sugerindo inadequação da especificação GARCH-M para os dados em análise. Estes resultados indicam que a inclusão do termo de risco na equação da média condicional não melhora o desempenho do modelo, sendo preferível a utilização de especificações mais parcimoniosas, como o modelo ARCH, que está apre sentado na Tabela4.6.

Tabela 4.5: Coeficientes dos modelos simétricos e seus p-valores.

Modelo	μ	λ	θ_1	ω	α_1	β_1	$\alpha_1 + \beta_1$
ARCH(1)	$0,0126$ (0,3250)	-	$0,2687$ (0,0000)	$0,4133$ (0,0000)	$0,2920$ (0,0000)	-	$0,2920 < 1$
GARCH (1,1)	$0,0135$ (0,2940)	-	$0,2728$ (0,0000)	$0,3780$ (0,0000)	$0,2857$ (0,0000)	$0,0661$ (0,1180)	$0,3518 < 1$
GARCH-M(1,1)	$0,0125$ (0,4560)	$0,0011$ (0,9640)	–	$0,4295$ (0,0000)	$0,2889$ (0,0000)	$0,0264$ (0,1630)	$0,3153 < 1$

As condições $\alpha < 1$ no modelo ARCH e $\alpha+\beta < 1$ nos modelos GARCH ou GARCH-M asseguram estacionaridade da variância condicional, implicando que choques das inovações são transitórios e dissipam-se ao longo do tempo. A soma que mede o grau de persistência da volatilidade é $\alpha + \beta$, nesta soma, os valores próximos do 1 mostram a elevada persistência, enquanto os valores inferiores e afastados da unidade sugerem rápida reversão da volatilidade ao seu nível de longo prazo (Tabela4.6).

Depois de se apresentara Tabela4.5, referente à estimação dos modelos simétricos, que ilustra os coeficientes e os valores-p de cada coeficiente, para cada modelo estimado, segue a Tabela 4.6 que mostra os valores de medidas de avaliação e selecção de modelos estatísticos. O log-verossimilhança constitui uma medida do grau de ajustamento dos dados ,sendo preferíveis valores mais elevados, dado que os critérios de informação, nomeadamente o AIC e o BIC, que incorporam uma penalização pelo número dos parâmetros estimados, permitem selecionar os modelos mais parcimoniosos, optando-se por menores valores de AIC e BIC.

Tabela 4.6: Comparação dos modelos simétricos.

Modelo	Log-verossimilhança	AIC	BIC	Parâmetros
ARCH(1)	-3848,394	7704,788	7729,600	4
GARCH(1,1)	-3847,677	7705,354	7736,369	5
GARCH-M(1,1)	-3967,972	7945,944	7976,959	5

A comparação entre os modelos simétricos na Tabela 4.6, mostra que o modelo GARCH(1,1) apresenta o maior valor da log-verossimilhança, indicando melhor ajustamento dos dados. Contudo, quando se consideram os critérios de informação, o modelo ARCH(1) apresenta os menores valores de critérios de informação (AIC e BIC), mostrando um equilíbrio entre o ajuste e a parcimónia. Por outro lado, o modelo GARCH-M(1,1) apresenta o pior ajuste em todos os critérios considera-

dos, sugerindo que a inclusão do termo de variância na equação da média condicional não melhora a especificação do modelo.

Assim, considerando o princípio da parcimónia e os critérios de informação, o modelo ARCH(1) com média móvel de primeira ordem (MA(1)), é o mais adequado, entre os modelos simétricos estimados, para que descreva a dinâmica do comportamento da volatilidade da série em estudo. A inclusão de termos adicionais, como no modelo GARCH(1,1) e no modelo GARCH-M(1,1), não resultou em melhorias significativas, sendo penalizados pelos critérios de informação.

4.1.5 Resultados dos modelos assimétricos

Modelo EGARCH(1,1)

O modelo EGARCH(1,1), com componente MA(1), mostrou-se globalmente significativo ($\chi^2(1) = 340,50; valor - p = 0,0000$), com um bom ajustamento dos dados. O termo de média móvel é positivo e significativo ($\theta_1 = 0,2675; valor - p = 0,0000$), indicando a presença da dependência temporal de prazo reduzido nos retornos, enquanto a constante não apresentou significância estatística ($valor - p = 0,2340$). Na equação da variância condicional, o coeficiente associado à magnitude dos choques ($\alpha_1 = 0,2342; valor - p = 0,0000$) é positivo e significativo, deixando a ideia de que a série reage com maior intensidade aos choques das inovações passadas. O coeficiente de persistência ($\beta_1 = 0,7436; valor - p = 0,0000$) indica elevada persistência da volatilidade, sugerindo que choques tendem a dissipar-se lentamente ao longo do tempo. Por outro lado, o coeficiente de assimetria ($\gamma = -0,0030; valor - p = 0,8780$) não se mostrou estatisticamente significativo, indicando a ausência de efeito de alavanca.

De modo geral, os resultados do modelo MA(1) + EGARCH(1,1) indicam que conseguiu captar adequadamente a persistência da volatilidade e o efeito ARCH presente na série. Contudo, não foram encontradas evidências estatisticamente significativas de assimetria na volatilidade, sugerindo que a resposta da variância condicional, aos choques negativos e positivos, ocorre de forma relativamente simétrica. Os coeficientes de EGARCH(1,1) podem ser encontrados na Tabela 4.7.

Modelo GJR-GARCH(1,1)

O modelo GJR-GARCH(1,1), com componente MA(1), revelou-se globalmente significativo, apresentando um bom ajustamento dos dados. O termo de média móvel mostrou-se positivo e estatisticamente significativo ($\theta_1 = 0,2729; valor - p = 0,0000$), indicando a presença da dependência

temporal de prazo curto nos retornos, enquanto a constante não apresentou significância estatística ($\mu = 0,0115; valor - p = 0,3730$).

Na equação da variância condicional, o coeficiente ARCH é positivo e também significativo ($\alpha_1 = 0,3223; valor - p = 0,0000$), mostrando que choques passados influenciam a volatilidade actual. O coeficiente GARCH apresentou significância marginal ($\beta_1 = 0,0747$), mas não significativo, sugerindo alguma persistência da volatilidade. No entanto, o coeficiente associado ao termo assimétrico não é significativo ($\gamma = -0,0789; valor - p = 0,2090$), indicando ausência de efeito de alavanca. Assim, deduz-se que, embora o modelo capture adequadamente a dinâmica da volatilidade, não há evidência de existência da assimetria na resposta a choques positivos e negativos. Os seus resultados estão apresentados na Tabela 4.7.

Modelo APGARCH(1,1)

O modelo APGARCH(1,1), com componente MA(1), de forma geral é significativo, apresentando um bom ajustamento dos dados. O termo de média móvel é positivo e estatisticamente significativo ($\theta_1 = 0,2729; valor - p = 0,0000$), indicando dependência temporal de curto prazo, enquanto a constante não apresentou significância estatística ($\mu = 0,0115; valor - p = 0,3740$). Na equação da variância condicional, o coeficiente associado a magnitude dos choques é positivo e significativo ($\alpha_1 = 0,2816; valor - p = 0,0000$), mostrando a presença de heteroscedasticidade condicional. Contudo, o parâmetro de assimetria não é significativo ($\gamma = -0,0694; valor - p = 0,218$), indicando ausência de efeito de alavanca. O parâmetro de potência estimado ($\delta = 2,014; valor - p = 0,0000$) sugere que o modelo se aproxima de uma especificação GARCH tradicional. Também, o coeficiente de persistência não é estatisticamente significativo, indicando baixa persistência da volatilidade. Em suma, apesar da maior flexibilidade do modelo APGARCH, os resultados sugerem que esta especificação não proporciona ganhos relevantes face a modelos mais simples, como ilustra a Tabela 4.7.

Tabela 4.7: Coeficientes dos modelos assimétricos estimados e seus p-valores.

Modelo	μ	θ_1	ω	α_1	γ	β_1	condição
EGARCH(1,1)	$0,0154$ (0,2340)	$0,2675$ (0,0000)	$-0,1433$ (0,0000)	$0,2342$ (0,0000)	$-0,0030$ (0,8780)	$0,7436$ (0,0000)	$\beta_1 = 0,7436 < 1$
GJR-GARCH(1,1)	$0,0115$ (0,3730)	$0,2729$ (0,0000)	$0,3743$ (0,0000)	$0,3223$ (0,0000)	$-0,0789$ (0,2090)	$0,0747$ (0,0830)	$\alpha + \frac{\gamma}{2} + \beta < 1$ $_{0,3576<1}$
$APGARCH(1,1)$ $_{\delta=2,0140}$	$0,0115$ (0,3740)	$0,2729$ (0,0000)	$0,3740$ (0,0000)	$0,2816$ (0,0000)	$-0,0694$ (0,2180)	$0,0714$ (0,1120)	$\alpha + \beta \approx 0,3530 < 1$

Após a apresentação da Tabela 4.7, referente aos coeficientes dos modelos assimétricos estimados, segue a Tabela 4.8, alusiva às medidas de avaliação e selecção do melhor modelo entre os três analisados.

Tabela 4.8: Comparação dos modelos assimétricos estimados.

Modelo	Log-verossimilhança	AIC	BIC	Parâmetros
EGARCH(1,1)	-3853,926	7719,852	7757,070	6
GJR-GARCH(1,1)	-3846,977	7705,954	7743,172	6
APGARCH(1,1)	-3846,896	7705,792	7743,102	6

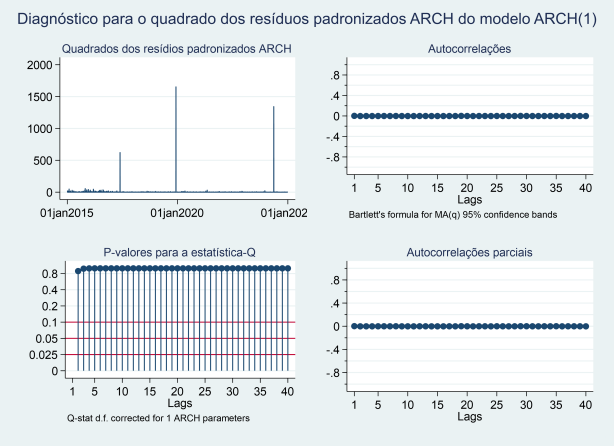
A comparação entre os modelos assimétricos estimados revela que o modelo APGARCH(1,1) com componente MA(1) apresenta o maior valor da log-verossimilhança, bem como os valores menores dos critérios de informação AIC e BIC, indicando um desempenho ligeiro em termos de ajustamento e parcimónia. O modelo GJR-GARCH(1,1) apresenta resultados muito próximos, sugerindo que ambos os modelos capturam de forma semelhante a dinâmica da volatilidade. Por outro lado, o modelo EGARCH(1,1), também com componente MA(1), apresenta um desempenho inferior em comparação aos outros dois assimétricos estimados, com menor valor de log-verossimilhança e maiores valores de AIC e BIC. No entanto, as diferenças entre os modelos APGARCH e GJR-GARCH são pouco expressivas, indicando que os ganhos associados à maior flexibilidade do modelo APGARCH são marginais. Acrescentando, a ausência de significância estatística dos parâmetros de assimetria, verificada nas estimativas, sugere que não existe evidência robusta de efeito de alavanca na série em análise. Nesta ordem de ideias, o modelo APGARCH(1,1) é escolhido por estar ligeiramente em vantagem em comparação dos três modelos assimétricos estimados.

4.1.6 Diagnóstico dos resíduos dos modelos ARCH(1) e APGARCH(1,1)

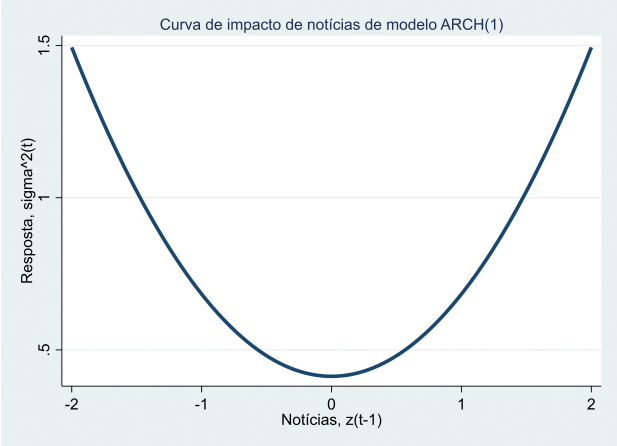
Entre os modelos simétricos, o modelo ARCH(1) com MA(1), destacou-se pela sua capacidade de representar a heteroscedasticidade condicional, assumindo que os choques positivos e negativos, de magnitude igual, produzem o mesmo efeito na volatilidade. Apesar da sua simplicidade estrutural, o modelo ARCH(1) mostrou-se adequado para descrever o comportamento da série em análise, constituindo uma referência importante na modelação inicial da variância condicional.

Na Figura 4.3 apresenta-se o diagnóstico dos resíduos do modelo MA(1) + ARCH(1) e a res-

pectica curva de impacto de notícias. O gráfico do quadrado dos resíduos padronizados, Figura



(a) Diagnóstico para os quadrados dos resíduos padronizados.



(b) Curva de impacto de notícias.

Figura 4.3: Diagnósticos dos resíduos e curva de impacto de notícias do modelo ARCH(1).

4.3(a), visualiza a existência de alguns picos elevados ao longo do tempo, reflectindo episódios isolados de elevada variabilidade. Este comportamento é típico de séries financeiras, caracterizadas por agrupamento de volatilidade. No entanto, não se observa um padrão persistente ou sistemático, sugerindo que tais eventos são pontuais.

Na função de autocorrelação (ACF) dos resíduos ao quadrado, Figura 4.3(a), verifica-se que todos os coeficientes se encontram dentro das bandas de confiança, não sendo estatisticamente significativos e para a função de autocorrelação parcial (PACF), nos resíduos ao quadrado, também não apresenta lags significativos, reforçando a evidência de independência da série.

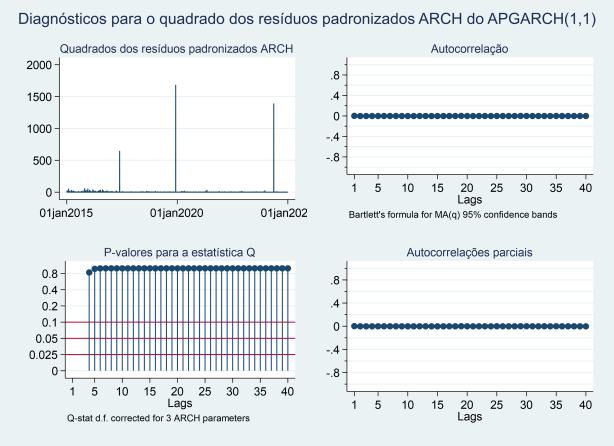
A análise dos valores-p associados à estatística Q de Ljung-Box aplicada aos quadrados dos resíduos revela que estes são superiores ao nível de significância de 5%. Consequentemente, não se rejeita a hipótese nula de ausência de autocorrelação serial nos resíduos ao quadrado até à quadragésima desfasagem. Este resultado sugere que não subsistem padrões significativos de dependência temporal na variância dos resíduos, indicando que o modelo foi capaz de captar adequadamente a dinâmica da volatilidade presente na série. Assim, não se observa evidência de efeitos ARCH remanescentes que justifiquem uma especificação adicional para a variância condicional.

A inexistência de autocorrelação nos resíduos ao quadrado constitui prova de que a especificação da equação da variância é adequada, uma vez que os efeitos de heteroscedasticidade condicional foram satisfatoriamente modelados.

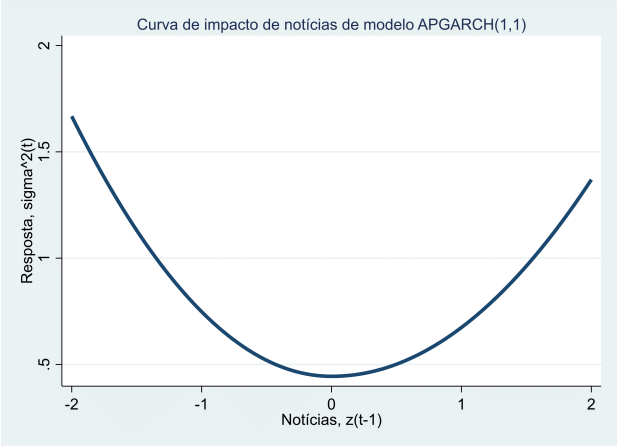
Para a Figura 4.3(b), ilustra a curva de impacto de notícias associada ao modelo ARCH(1) com a equação da média condicional MA(1), representando a relação entre choques passados z_{t-1} e a variância condicional $\sigma^2(t)$. Esta curva permite analisar como diferentes magnitudes e sinais de choques influenciam a volatilidade futura. A Figura 4.3(b), ilustra uma curva simétrica, o que quer dizer que os choques positivos e negativos, de magnitude igual, produzem o mesmo impacto na volatilidade condicional, o que significa ausência de efeito de alavanca. Este formato da curva de impacto de notícias está em concordância com a literatura, onde é documentado de que o modelo ARCH não capta efeitos assimétricos das notícias.

Para o modelo APGARCH(1,1) seleccionado entre o conjunto dos modelos assimétricos com a equação da média condicional MA(1), tem o diagnóstico dos resíduos na Figura 4.4, da análise dos quadrados dos resíduos padronizados e da curva de impacto de notícias, por forma a verificar a presença de efeitos ARCH remanescentes e se o modelo estimado é estatisticamente adequado.
Relativamente às funções de autocorrelação (ACF) e de autocorrelação parcial (PACF) dos resíduos padronizados ao quadrado, apresentadas na Figura 4.4(a), observa-se que todos os coeficientes estimados se encontram dentro dos respectivos intervalos de confiança, não sendo estatisticamente diferentes de zero. Este resultado indica a ausência de autocorrelação significativa nos resíduos ao quadrado. Deste modo, pode se dizer que o modelo foi capaz de captar adequadamente a dinâmica da volatilidade da série, não se verificando evidência de dependência temporal remanescente na variância condicional. Consequentemente, os resultados sugerem que os efeitos de heteroscedasticidade condicional foram satisfatoriamente modelados, comprovando a adequação da especificação adoptada.
Analisando a função de autocorrelação parcial (PACF) dos resíduos ao quadrado, Figura 4.4(a), também não apresenta *lags* significativos, reforçando a evidência de independência da série.

Já para a curva de impacto de notícias, Figura 4.4(b), mostra um comportamento assimétrico da volatilidade, apresentando maior elevação no domínio dos choques negativos. Este resultado indica que as más notícias exercem um impacto mais pronunciado sobre a variância condicional do que boas notícias de igual magnitude, caracterizando a presença de efeito de alavanca. Tal constatação não contraria o que a literatura apresenta em análise de séries temporais financeiras. Assim, justifica a utilização de modelos assimétricos, como o APGARCH, que permitem capturar de forma



(a) Diagnóstico para os quadrados dos resíduos padronizados.



(b) Curva de impacto de notícias.

Figura 4.4: Diagnósticos dos resíduos e curva de impacto de notícias do modelo APGARCH(1,1).

mais realista a dinâmica da volatilidade nos mercados financeiros.

4.1.7 Análise gráfica e testes dos dois modelos seleccionados

Após a selecção dos modelos de volatilidade com melhor desempenho estatístico procedeu-se ao diagnóstico dos resíduos dos modelos ARCH(1), representando a classe dos modelos simétricos, e APGARCH(1,1), representando a classe dos modelos assimétricos. O objectivo desta subsecção consiste em verificar a adequação estatística dos modelos seleccionados por meio de análise gráfica e testes formais aplicados aos resíduos padronizados. Para esse efeito, foram utilizados procedimentos de diagnóstico relacionados à autocorrelação da série, normalidade, estacionaridade e presença de efeitos ARCH remanescentes, como também foram analisados o comportamento gráfico dos resíduos, através do histograma, do gráfico Q-Q normal e de densidade Kernel, visando verificar se os resíduos apresentam um comportamento próximo de ruído branco.

Análise gráfica dos resíduos padronizados

A análise gráfica dos histogramas dos resíduos padronizados, Figuras A1.1 e A1.2, acompanhados pela curva da função de densidade, mostra forte concentração das observações em torno da média zero, para os dois modelos, indicando comportamento consistente com resíduos estacionários. Entretanto, a distribuição não apresentou aderência perfeita à distribuição normal, mostrando formato mais concentrado no centro e possível presença de leptocurtose. Esses resultados sugerem desvios em relação à normalidade, comportamento frequentemente observado em séries financeiras mode-

ladas por processos da classe ARCH e APARCH.

A análise gráfica, pelo Q-Q normal, Figuras A1.3 e A1.4, os gráficos mostram desvios significativos em relação à linha teórica da distribuição normal, sobretudo nas extremidades da distribuição. Os resíduos padronizados apresentaram presença de valores extremos e caudas pesadas, deixando claro o comportamento leptocúrtico e afastamento da normalidade. Embora a região central da distribuição apresente relativa aderência à recta de referência, os desvios observados nas caudas mostram que os resíduos não seguem taxativamente a distribuição normal, resultado consistente com o comportamento frequentemente observado em séries financeiras de retornos.

A análise dos gráficos de densidade Kernel, Figuras A1.5 e A1.6, mostra que os resíduos padronizados, para os dois modelos, apresentam uma distribuição aproximadamente centrada em zero, porém com maior concentração de observações na região central quando comparada à distribuição normal teórica e com ligeiro alongamento para a Figura A1.5. A presença de um pico mais acentuado, na densidade empírica sugere comportamento leptocúrtico e possível ocorrência de caudas pesadas, o mesmo acontece para a Figura A1.6 embora com o pico menos acentuado, indicando desvios em relação à normalidade. Esses resultados comprovam as evidências obtidas pelos testes formais de normalidade e reflectem as frequentes características das séries financeiras modeladas por processos de classe ARCH e APARCH.

Teste de autocorrelação

Fez-se o teste Portmanteau de Ljung-Box, foi aplicado aos resíduos padronizados e não rejeitou a hipótese nula da ausência de autocorrelação da série, a nível de 5% de significância, ou seja, a série constitui um processo de ruído branco, nos dois modelos ARCH(1) e APGARCH(1,1). Os elevados valores-p obtidos, 0,9566 para modelo ARCH(1) e 0,9582 para APGARCH(1,1), indicam que os resíduos apresentam o comportamento próximo de ruído branco, estes valores são substancialmente superiores ao nível de significância de 0,05, sugerindo que os dois modelos captam adequadamente a estrutura de dependência temporal da série. Assim, não foram encontradas evidências de autocorrelação remanescente nos resíduos, o que constitui um indicativo de boa especificação dos modelos.

Teste de normalidade

O teste de normalidade (assimetria e curtose) rejeitou a hipótese de que os resíduos padronizados seguem a distribuição normal, nos dois modelos ARCH(1) e APGARCH(1,1), ao nível de significância de 5%, sendo o valor-p = 0,0000 para ambos os modelos, mostrando que a distribuição da série apresenta desvios estatisticamente significativos tanto em termos de simetria quanto de achatamento em relação à distribuição normal. Esses resultados sugerem a existência de caudas pesadas e comportamento leptocúrtico.

Teste de estacionaridade

O resultado do teste aumentado de Dickey-Fuller (ADF) aplicado aos resíduos padronizados, com 3 desfasamentos, mostra uma rejeição da hipótese nula, da presença de raiz unitária, para os dois modelos ARCH(1) e APGARCH(1,1). A estatística de teste $Z(t)$ calculada é de $-30,892$ para ARCH(1) e $-30,898$ para APGARCH(1,1), valores substancialmente inferiores ao valor crítico de 5% $(-2,860)$ para os dois modelos. O valor-p é de 0,0000 para os dois modelos, confirmando a significância estatística de que os resíduos são estacionários, portanto, o processo da geração dos dados sugere estabilidade estatística da série e a adequação da especificação dos modelos.

Teste de efeito ARCH nos resíduos

O teste ARCH-LM não apresentou evidências estatisticamente significativas de efeito ARCH remanescentes nos resíduos nos dois modelos ARCH(1) e APGARCH(1,1), aplicado para desfasamentos de 1 a 3. Em todos os desfasamentos analisados, os valores-p foram superiores do que o nível de significância de 5%, $\chi^2(1) = 0,001$, $\chi^2(2) = 0,012$, $\chi^2(3) = 0,023$ com os respectivos valores-p associados de $0,9762$, $0,9939$, $0,9991$ e ainda $\chi^2(1) = 0,001$, $\chi^2(2) = 0,014$ e $\chi^2(3) = 0,025$ com valores-p associados de $0,9753$, $0,9932$ e $0,9989$, respectivamente, indicando que a hipótese nula, da ausência de heteroscedasticidade condicional, não pode ser rejeitada. Esses resultados sugerem que os dois modelos captaram adequadamente a dinâmica da volatilidade da série, produzindo resíduos sem dependência significativa da variância condicional.

4.1.8 Análise das previsões dos modelos ARCH(1) e APGARCH(1,1) dentro da amostra

Tabela 4.9: Avaliação do desempenho das previsões dos dois modelos seleccionados.

Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE	U-Theil
ARCH(1)	1,7546	1,3246	0,5718	0,9672	0,6946
APGARCH(1,1)	1,7608	1,3269	0,5722	0,9678	0,6953

A Tabela 4.9, apresenta as medidas de avaliação do desempenho dentro da amostra para os dois modelos seleccionados, ARCH(1) e APGARCH(1,1). Com base nos valores de MSE, RMSE, MAE, MAPE e U-Theil, observa-se que o modelo ARCH(1) apresenta valores ligeiramente inferiores em todas as medidas de erro: MSE (1,7546 contra 1,7608), RMSE (1,3246 contra 1,3269), MAE (0,5718 contra 0,5722), MAPE (0,9672 contra 0,9678) e U-Theil (0,6946 contra 0,6953). Embora as diferenças sejam reduzidas, a consistência dos resultados favorece o modelo ARCH(1) como o melhor da previsão dentro de amostra. Também, o valor do coeficiente U de Theil inferior à unidade em ambos os casos indica que os dois modelos produzem previsões superiores a um passeio aleatório ingénuo (do inglês *naive random walk*). Conclui-se que, para a amostra analisada, a inclusão dos componentes GARCH e de assimetria no modelo APGARCH(1,1) não se traduz em ganhos de precisão relativamente ao modelo ARCH(1) mais parcimonioso.

Embora critérios de informação, como AIC e BIC, sejam fundamentais na selecção inicial dos modelos, a escolha final baseou-se no desempenho da previsão dentro da amostra. Assim, entre os modelos estatisticamente adequados, aquele que apresentou menores erros de previsão (MSE, RMSE, MAE, MAPE e U de Theil) foi considerado o mais apropriado, uma vez que oferece maior precisão na estimação e previsão da volatilidade.

4.1.9 Previsão da taxa de câmbio para um horizonte de 5 dias

A Tabela 4.10, a seguir apresenta as previsões de taxa do câmbio entre as duas moedas em estudo, o Metical e o Rand, obtidas com base no modelo ARCH(1) com componente MA(1), estimado sob distribuição t-Student. As previsões foram realizadas num período de 5 dias subsequentes ao final da amostra, considerando simultaneamente a dinâmica dos retornos e a volatilidade condicional da série. A Tabela 4.10, inclui as datas correspondentes ao horizonte de previsão, os retornos condicionais previstos pelo modelo, os valores esperados da taxa de câmbio e os seus intervalos de confiança. Os intervalos de confiança foram construídos com base na volatilidade condicional

estimada, permitindo incorporar a incerteza associada às previsões futuras da taxa de câmbio. A apresentação conjunta das previsões pontuais e dos intervalos de confiança possibilita a análise mais inclusivo do comportamento esperado da taxa do câmbio, mostrando não apenas os valores centrais previstos, mas também a amplitude de variação provável em torno dessas estimativas.

Como o modelo prevê retornos e o interesse é prever a taxa de câmbio em nível, a conversão foi feita por $\hat{P}_t = P_{t-1} \times e^{\hat{r}_t/100}$, onde, $\hat{P}_t$ é a taxa de câmbio prevista e $\hat{r}_t$ é retorno previsto. Cada nova previsão utiliza a previsão anterior como base.

O intervalo de confiança para os retornos previstos é dado por: $\hat{r}_t \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{\hat{h}_t}$, onde $\hat{r}_t$ é o retorno previsto, $\hat{h}_t$ é a variância condicional prevista, $\sqrt{\hat{h}_t}$ é a volatilidade prevista, $t_{\alpha/2,\nu}$ é o valor crítico da distribuição t-Student e ν são graus de liberdade.

Tabela 4.10: Previsão da taxa de câmbio num horizonte de 5 dias.

Data	Retorno previsto ($\hat{r}_t$)	σ	Câmbio pontual previsto ($\hat{P}_t$)	Limite inferior	Limite superior
01/01/2025	0,0114539	0,6428527	3,370386	3,310773	3,431072
02/01/2025	0,0126096	0,9620280	3,370811	3,223933	3,524381
03/01/2025	0,0126096	0,9620280	3,371236	3,139370	3,620228
04/01/2025	0,0126096	0,9620280	3,371661	3,057025	3,718680
05/01/2025	0,0126096	0,9620280	3,372087	2,976840	3,819811

As previsões da taxa de câmbio foram realizadas com base no modelo MA(1)+ARCH(1) estimado sob distribuição t-Student, considerando a presença de heteroscedasticidade condicional e caudas pesadas nos retornos cambiais. Inicialmente, foram geradas previsões dos retornos condicionais e da volatilidade futura. Posteriormente, os retornos previstos foram convertidos em valores esperados da taxa de câmbio mediante transformação exponencial. O procedimento permitiu obter previsões de curto prazo para os cinco dias subsequentes ao final da amostra.

Os intervalos de confiança das previsões foram construídos com base na volatilidade condicional estimada pelo mesmo modelo sob distribuição t-Student com quatro graus de liberdade. Os limites inferior e superior foram obtidos a partir dos quantis críticos da distribuição t, permitindo incorporar a incerteza associada às previsões da taxa de câmbio. Observou-se que os intervalos de confiança tendem a ampliar-se ao longo do horizonte da previsão, reflectindo o aumento da

incerteza associada às previsões futuras.

4.2 Discussão dos resultados

A selecção do modelo ARCH(1) com componente MA(1) e distribuição t-Student como o melhor, entre várias alternativas simétricas e assimétricas, é um resultado que desperta curiosidade em comparação com os estudos anteriormente realizados. A inclusão de uma média móvel de 1ª ordem (MA(1)) indica que a taxa de câmbio MZN/ZAR apresenta uma memória de curto prazo. Isto significa que o choque (notícia ou evento) de hoje influencia o valor da taxa de câmbio por um período limitado, sendo o seu efeito dissipado após curtíssimo tempo.

O facto de um modelo ARCH(1) ter superado modelos mais complexos como GARCH (que captura persistência), EGARCH, GJR-GARCH e APGARCH (que capturam assimetria) sugere que a memória nos choques da variância (volatilidade) é extremamente curta. O efeito de um choque de ontem sobre a incerteza de hoje existe, mas não perdura, o que contradiz a literatura financeira clássica, que geralmente encontra forte persistência. O presente estudo indica que, para este par cambial (MZN/ZAR) e período (2015 a 2024), a volatilidade reage de forma quase simétrica a choques positivos e negativos, já que o γ foi negativo e não significativo, o que não tem interpretação diferente de quando for igual a zero.
De forma geral, o Metical e o Rand, no período analisado, reagem a choques de forma rápida e intensa, mas sem "memória". A incerteza gerada por um evento de hoje não se propaga por muito tempo, e o mercado não distingue entre um choque ser bom ou mau para a volatilidade.

Comparação com os estudos anteriores
Analisando estudos anteriormente feitos Molana e Osei-Assibey (2010), usou os dados da taxa de câmbio entre MZN/USD, GHS/USD e TZS/USD, com objectivo de analisar a volatilidade e causalidade em Moçambique, Gana e Tanzânia, tendo usado modelos de família ARCH e concluiu que políticas macro em Moçambique e Gana aumentam a incerteza, ao contrário da Tanzânia, o que apresenta uma similaridade com o presente estudo no mercado moçambicano de que políticas e eventos geram incerteza.

Kiprop (2013), numa outra análise da relação entre o Shelling Kenyano (KES) e o Dólar norte-

americano (USD), verificou que, em contextos de mercados de câmbio emergentes, a parcimónia do modelo GARCH(1,1) pode ser a abordagem mais eficaz para a previsão de volatilidade de curto prazo, devido à sua robustez e menor propensão a ajustamento excessivo ao ruído específico da amostra, o que difere do presente estudo.

Tal como aconteceu no estudo feito por Mlambo e Maredza (2013), que investigaram o Rand sul-africano face ao Dólar americano (ZAR/USD) e encontraram fortes evidências de assimetria, mas que o estudo mostrou que a escolha entre um modelo GARCH simples ou complexo não é universal, mas sim depende do contexto do mercado, e deu como exemplo no caso do modelo simétrico GARCH que foi aplicado para a relação KES/USD e o modelo assimétrico EGARCH para ZAR/USD, modelos da classe ARCH para análise de volatilidade no continente africano. O presente estudo sustenta a conclusão de Mlambo e Maredza (2013), de que a escolha do modelo depende do contexto do mercado e também do período em análise.

Okechukwu et al. (2026), com as séries NGN/USD e ZAR/USD, para prever a volatilidade em mercados emergentes (Nigéria e África do Sul), concluiu que modelos com distribuição t-Student são superiores, mas que o parâmetro de assimetria (GJR) é fraco para o Rand. Ainda assim, modelos com GARCH são melhores que ARCH puro, o que em parte tem similaridade no uso da distribuição t-Student e na afirmação do modelo ARCH puro. As diferenças que o estudo encontrou sobre a assimetria podem estar relacionadas com o período em análise com tendência bem definida da amostra, de ter combinado fases de apreciação, depreciação e estabilidade, o que pode não ter mostrado elevado efeito assimétrico.

Um modelo ARCH(1) sugere que o risco cambial é imprevisível a médio ou longo prazo. Gestores financeiros de empresas que importam da África do Sul não devem confiar em modelos que sugerem uma certa calma após a "tempestade" ou turbulência (GARCH), o que indica que cada dia pode ser um novo risco, não ligado ao passado distante. O resultado simétrico pode significar que políticas ou notícias que depreciam o Metical não causam maior volatilidade do que políticas que o apreciam, o que se entende de que pode dar mais liberdade ao banco central para intervir, sem o receio de causar picos de incerteza assimétricos. No entanto, a baixa persistência (ARCH(1)) também pode significar que os efeitos estabilizadores de uma intervenção são muito curtos. A volatilidade esquece mais rapidamente a intervenção, voltando ao seu nível médio.

Para um cidadão comum ou pequeno investidor, o resultado valida a percepção de que o câmbio MZN/ZAR é errático, ou seja, muda bruscamente e difícil de prever. A melhor estratégia, sugerida pelo modelo, é não tentar adivinhar a tendência da volatilidade, mas sim proteger-se contra eventos extremos, caudas pesadas, no curto prazo.

Em suma, apesar de vários estudos feitos e que se tenham usado modelos assimétricos, Mulenga et al.(2020) que aplicaram GARCH, Brannas e Machava (2015) também usando modelo GARCH, o estudo mostra que a escolha do modelo deve depender do contexto do mercado e também do período em análise e o conhecimento convencional da econometria financeira (persistência e assimetria da volatilidade) pode não se aplicar sempre em todos os contextos, tal como aconteceu para este caso em concreto no câmbio entre o MZN/ZAR no período de 2015 a 2024, dependendo assim de cada contexto, sugerindo um mercado de eficiência invulgarmente rápida, mas com risco de eventos extremos.

5 Conclusões e recomendações

5.1 Conclusões

O presente estudo visava analisar a volatilidade da taxa de câmbio entre o novo Metical moçambicano e o Rand sul-africano no período compreendido de Janeiro de 2015 a Dezembro de 2024, recorrendo a modelos da família ARCH ou GARCH. Em particular, procurou-se avaliar e comparar o desempenho de modelos simétricos e assimétricos na modelação da volatilidade da taxa de câmbio, bem como na capacidade de previsão do seu comportamento ao longo do tempo. A investigação centrou-se na identificação do modelo que melhor representa a dinâmica da volatilidade da série, tendo em consideração tanto a qualidade do ajustamento aos dados como o desempenho da previsão dos modelos estimados.

A análise descritiva da série mostrou que a taxa de câmbio entre MZN/ZAR apresentou um comportamento caracterizado por elevada variabilidade ao longo do período em estudo, reflectindo episódios de instabilidade cambial e flutuações associadas a choques económicos e financeiros. A série de retornos mostrou características típicas de séries financeiras, nomeadamente agrupamento da volatilidade, heteroscedasticidade condicional, leptocurtose e desvios em relação à normalidade. Os testes de estacionaridade confirmaram que a série de retornos era estacionária.

No que se refere aos modelos simétricos, foram estimados os modelos ARCH, GARCH e GARCH-M, em diferentes especificações. Os resultados mostraram que todos os modelos captaram adequadamente a presença de heteroscedasticidade condicional na série. Contudo, entre os modelos simétricos, o modelo MA(1)+ARCH(1) apresentou menores valores segundo critérios como Log-verossimilhança, AIC e BIC.

Relativamente aos modelos assimétricos, foram estimados os modelos EGARCH, APGARCH e GJR-GARCH, também em diferentes especificações. Entre os modelos assimétricos analisados, o modelo MA(1)+APGARCH(1,1) destacou-se como o melhor modelo segundo os valores dos critérios usados para a selecção. Os resultados associados aos parâmetros de assimetria sugeriram muita limitação de efeito alavanca pelo γ ser negativo e não significativo, facto que não apresenta

evidências estatisticamente significativas de comportamento assimétrico e o coeficiente não é estatisticamente diferente de zero, indicando que choques positivos e negativos tendem a produzir impacto relativamente semelhantes sobre a volatilidade da taxa do câmbio.

A comparação do desempenho das previsões dentro da amostra foi realizada entre os dois modelos seleccionados, nomeadamente o modelo MA(1)+ARCH(1) e o modelo MA(1) + APGARCH(1,1). Da comparação o modelo MA(1)+ARCH(1) apresentou melhor desempenho relativamente ao modelo MA(1)+APGARCH(1), nesta série em estudo, mostrando maior precisão nas previsões dentro da amostra e também por ser parcimonioso.

Com base no modelo MA(1)+ARCH(1), as previsões indicaram relativa estabilidade da taxa de câmbio no curto prazo, embora acompanhadas de níveis de volatilidade condicional consistentes com o comportamento histórico da série. Os resultados das previsões mostram que o modelo seleccionado possui capacidade adequada para gerar previsões de curto prazo da taxa de câmbio MZN/ZAR, podendo constituir instrumento útil para apoio à tomada de decisões económicas e financeiras.

5.2 Recomendações

Como implicação prática, os resultados do estudo poderão contribuir para uma compreensão do comportamento da taxa de câmbio, e também podem ser úteis para investidores, gestores de risco e decisores de política económica. Para investigações futuras, sugere-se a consideração de modelos com mudanças de regime, bem como a análise de outras moedas ou frequências de dados, de forma a aprofundar o estudo da dinâmica da volatilidade em mercados emergentes.

Recomenda-se igualmente que futuras investigações ampliem a análise mediante a inclusão de variáveis macroeconómicas, tais como taxas de juro, inflação, reservas internacionais e preços de *commodities* relevantes para Moçambique e África do Sul, e a comparação dos modelos da classe ARCH com técnicas mais recentes de previsão, incluindo métodos de aprendizagem de máquina. Realizar estudos comparativos com outras taxas de câmbio relevantes para a economia moçambicana. Como também, sugere-se a avaliação do comportamento da volatilidade em períodos de instabilidade económica e financeira, de modo a aprofundar a compreensão dos facto-

res que influenciam as flutuações cambiais entre Moçambique e a África do Sul.

Empresas que realizam transacções comerciais entre Moçambique e África do Sul devem monitorizar continuamente o comportamento da taxa de câmbio, utilizando previsões para apoiar decisões de importação, exportação e planeamento financeiro e adoptar instrumentos de protecção cambial que podem reduzir o impacto adverso das oscilações da taxa de câmbio.

Por fim, recomenda-se que, instituições financeiras, empresas com exposição ao mercado cambial e formuladores de políticas económicas, utilizem os resultados deste tipo de estudos para o apoio à gestão do risco cambial e à tomada de decisões relacionadas com operações financeiras e comerciais envolvendo as duas economias.

5.3 Limitações

Apesar dos resultados alcançados, o presente estudo apresenta algumas limitações que devem ser consideradas na interpretação dos resultados.

- Em primeiro lugar, a pesquisa utilizou exclusivamente a taxa de câmbio diária entre o Metical moçambicano e o Rand sul-africano, disponibilizada pelo site aonda.forex. Embora esta fonte seja oficial e confiável, a utilização de uma única variável limita a incorporação de outros factores macroeconómicos que podem influenciar a volatilidade cambial;

- Em segundo lugar, o período analisado (2015–2024) pode não capturar todas as mudanças estruturais ocorridas na economia moçambicana e sul-africana ao longo do tempo. Mesmo quando são realizados testes para detectar quebras estruturais, alguns choques extraordinários podem produzir efeitos complexos que não são totalmente captados pelos modelos estimados;

- Outra limitação relaciona-se com a especificação dos modelos. O estudo restringiu-se à comparação de modelos simétricos e assimétricos da classe ARCH, nomeadamente ARCH, GARCH, GARCH-M, EGARCH, GJR-GARCH e APGARCH. Consequentemente, outros modelos potencialmente relevantes para a modelação da volatilidade cambial, como os modelos de mudança de regime (Markov-Switching), volatilidade estocástica ou modelos multivariados GARCH, não foram considerados;

- A capacidade de previsão dos modelos foi avaliada com base em previsões fora da amostra para um horizonte temporal limitado. Assim, o desempenho observado pode variar quando aplicado a horizontes de previsão mais longos ou a períodos caracterizados por diferentes condições económicas;

- Por último, embora tenha sido adoptada a distribuição t-Student para acomodar a presença de caudas pesadas, observadas nos retornos cambiais, nenhuma distribuição estatística consegue reproduzir perfeitamente todas as características dos dados financeiros, o que pode influenciar a precisão das estimativas e previsões obtidas.

Referências

Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716–723.

Black, F. (1976). Studies of stock price volatility changes. *Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section*, 177–181.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327.

Bollerslev, T. (1987). A conditional heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *Review of Economics and Statistics*, 69(3), 542–547.

Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH approach. *The Review of Economics and Statistics*, 72(3), 498–505. https://doi.org/10.2307/2109358

Bouoiyour, J., & Selmi, R. (2016). Exchange rate dynamics under asymmetric volatility: Evidence from emerging markets. *Economic Modelling*, 55, 15–27.

Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2016). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (5th ed.). Hoboken, NJ: Wiley.

Brannas, K., & Machava, A. (2015). *Time series modelling of daily Metical/Rand exchange rate returns*, 1996–2014 (Umeå Economic Studies No. 909). Umeå University.

Branson, W. H., & Henderson, D. W. (1985). The specification and influence of asset markets. In R. W. Jones & P. B. Kenen (Eds.), *Handbook of International Economics*, 2. 749–805. Elsevier.

Brooks, C. (2014). *Introductory econometrics for finance* (3rd ed.). Cambridge University Press.

Brooks, C. (2019). *Introductory econometrics for finance* (4th ed.). Cambridge University Press.

Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinlay, A. C. (1997). *The econometrics of financial markets*. Princeton University Press.

Cassel, G. (1918). Abnormal deviations in international exchanges. *The Economic Journal*, 28(112), 413–415.

Chipeta, C., & Muthoga, S. (2017). Exchange rate volatility and its impact on trade flows in SADC countries. *Journal of African Economies*, 26(3), 302–323.

Chirwa, E. W., & Mlachila, M. (2004). Financial integration and development in Sub-Saharan Africa: The case of the Southern African Development Community. *Journal of African Economies*, 13(2), ii-ii107.

Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2), 223–236.

Diamandis, P. F., & Drakos, A. A. (2011). Financial liberalization, exchange rates and stock prices: Exogenous shocks in Latin American countries. *Journal of Policy Modeling*, 33(3), 155–168.

Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427–431.

Ding, Z., Granger, C. W. J., & Engle, R. F. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 1(1), 83–106.

Dinga, G. D., Ngo Mbonda, O. M., & Tchakounté, J. (2023). Modeling and forecasting the USD/-XAF exchange rate: A comparative study of symmetric and asymmetric ARCH models.*African Journal of Science, Technology, Innovation and Development*, 15(6), 758–772.

Enders, W. (2015). *Applied Econometric Time Series* (4th ed.). Wiley.

Dornbusch, R. (1976). Expectations and exchange rate dynamics. *Journal of Political Economy*, 84(6), 1161–1176.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007.

Engle, R. F., Lilien, D. M., & Robins, R. P. (1987). Estimating time varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model. *Econometrica*, 55(2), 391–407.

Engle, R. F., & Ng, V. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *The Journal of Finance*, 48(5), 1749–1778.

Engle, R. F. (2001). GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 157–168.

Engle, R. F. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate GARCH models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 339–350.

Epaphra, M., (2017). Modeling Exchange Rate Volatility: Application of the GARCH and EGARCH Models. *Journal of Mathematical Finance*, 7, 121 – 143.

Fama, E. F. (1984). Forward and spot exchange rates. *Journal of Monetary Economics*, 14(3), 319–338.

Frenkel, J. A. (1976). A monetary approach to the exchange rate: Doctrinal aspects and empirical evidence. *Scandinavian Journal of Economics*, 78(2), 200–224.

Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (6ª ed.). Atlas.

Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779–1801.

Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2009). *Basic econometrics* (5th ed.). New York: McGraw-Hill.

Hamilton, J. D. (1994). *Time series analysis*. Princeton: Princeton University Press.

Hansen, B. E. (2001). The new econometrics of structural change: Dating breaks in U.S. labor productivity. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 117–128.

Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2021). Forecasting: Principles and practice (3rd ed.). OTexts. https://otexts.com/fpp3/

International Monetary Fund. (2022). *Identifying determinants of FX stability in Mozambique* (IMF Working Paper). Washington, DC.

Jarque, C. M., & Bera, A. K. (1987). A test for normality of observations and regression residuals. *International Statistical Review*, 55(2), 163–172.

Kiprop, S. K. K. (2013). *Forecasting exchange rate volatility: A comparison of the power of GARCH, implied volatility and realized volatility models*.

Kutu, A. A., & Ngalawa, H. P. E. (2017). The effects of global shocks on the volatility of the Rand exchange rate: GARCH and EGARCH analysis. *Journal of Economics and Behavioral Studies*, 9(4(J)), 204-217.

Krugman, P. R., Obstfeld, M., & Melitz, M. J. (2018). *International economics: Theory and policy* (11th ed.). Pearson.

Lakatos, E. M., & Marconi, M. A. (2010). *Fundamentos de metodologia científica* (7ª ed.). Atlas.

Ljung, G. M., & Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65(2), 297–303.

Madura, J. (2010). *Administração financeira internacional* (Tradução da 10ª ed.). São Paulo: Cengage Learning.

Manguinhane, R., & Simione, F. (2021). Exchange Rate Pass-Through in Mozambique. *International Monetary Fund Working Paper WP/21/232*.

Mlambo, C., & Maredza, A. (2013). A comparison of GARCH models for forecasting volatility of the South African Rand exchange rates. *Journal of Economics and Behavioral Studies*, 5(9), 638-647.

Molana, H., & Osei-Assibey, K. (2010). Inflation Uncertainty, Exchange Rate Depreciation and Volatility: Evidence from Ghana, Mozambique and Tanzania (SIRE Discussion Papers 2010-94). *Scottish Institute for Research in Economics* (SIRE).

Mulenga, A. C. (2019). Volatility models and the multivariate links with applications to the Economy of Mozambique (Doctoral Thesis). *Universidade Nova de Lisboa*.

Mulenga, A., Faias, M., Mota, P., & Pina, J. P. (2020). Exchange rate volatility: An asymmetric tale from Mozambique. *Social Science Research Network* (SSRN). https://doi.org/10.2139/ssrn.3533063;

Mussa, A. (2016). *Modeling volatility of the Metical exchange rate using GARCH models* [Tese de Mestrado não publicada]. Universidade Eduardo Mondlane.

Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2), 347–370.

Ockiya, A. K., Orumie, U. C., & Emmanuel, O. (2023). Multivariate Garch Models Comparison in Terms of the Symmetric and Asymmetric Models. *African Journal of Mathematics and Statistics Studies*, 6(2), 24–39.

Omar, M. A., Hussin, F., & Muhammad, F. (2020). Exchange rate volatility and economic growth

in developing countries: A GARCH analysis. *Journal of Emerging Market Finance*, 19(3), 267-289.

Okechukwu, T. A., Umeh, E. U., & Abidemi, A. K. (2026). Improving the forecasting accuracy of dynamic conditional correlation (DCC) GARCH models for exchange rates of emerging market currencies. *Journal of Banking and Policy Research*.

Perron, P. (1989). The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis. *Econometrica*, 57(6), 1361–1401.

Rogoff, K. (1996). The purchasing power parity puzzle. *Journal of Economic Literature*, 34(2), 647–668.

Said, S. E., & Dickey, D. A. (1984). Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika*, 71(3), 599–607.

Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*.

Tashman, L. J. (2000). Out-of-sample tests of forecasting accuracy: An analysis and review. *International Journal of Forecasting*, 16(4), 437–450. https://doi.org/10.1016/S0169-2070(00)00065

Taylor, S. J. (1986). Modelling financial time series. *Chichester, England: John Wiley & Sons*.

Taylor, A. M., & Taylor, M. P. (2004). The purchasing power parity debate. *Journal of Economic Perspectives*, 18(4), 135–158.

Tsay, R. S. (2010). *Analysis of financial time series* (3rd ed.). Wiley.

Woodward, W. A., Gray, H. L., & Elliott, A. C. (2012). *Applied time series analysis*. Boca Raton, FL: CRC Press.

Zakoian, J.-M. (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(5), 931–955. https://doi.org/10.1016/0165-1889(94)90039-6

Apendice I. Figuras auxiliares dos modelos obtidos.

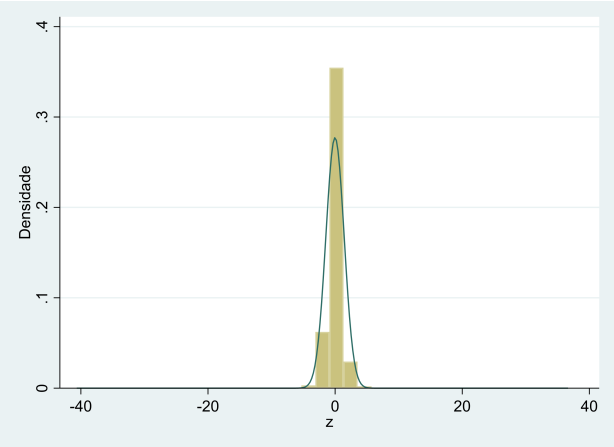


Figura A1.1: Histograma dos resíduos padronizados do ARCH(1).

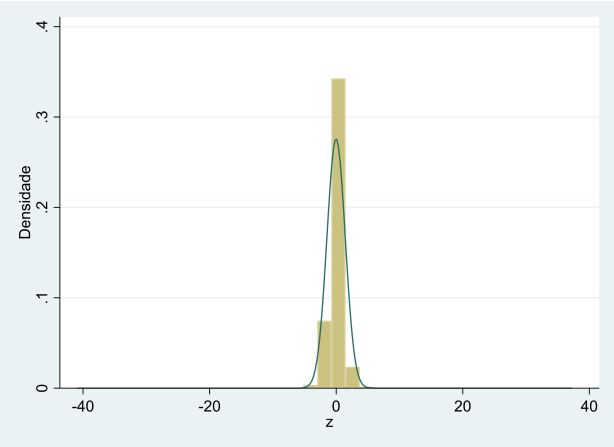


Figura A1.2: Histograma dos resíduos padronizados do APGARCH(1,1).

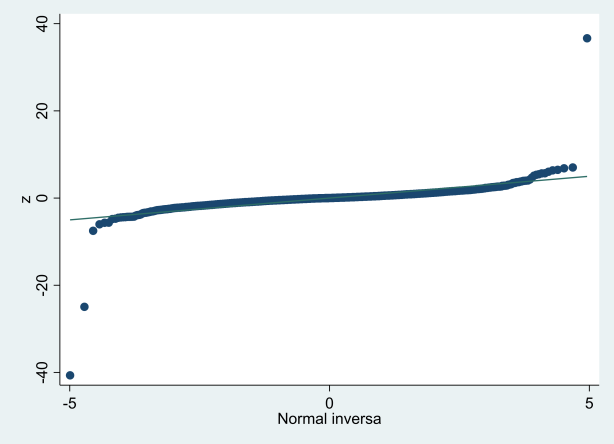


Figura A1.3: Q-Q normal dos resíduos padronizados de ARCH(1).

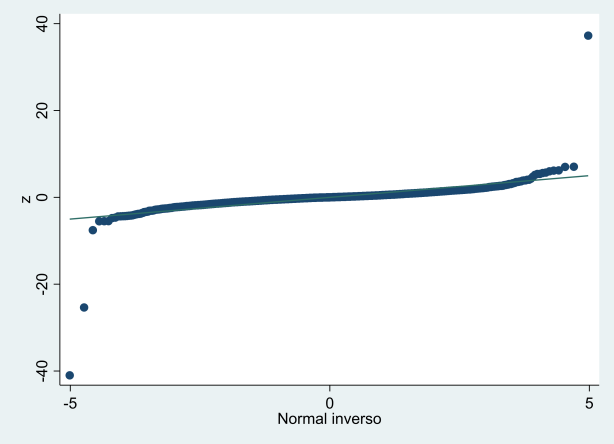


Figura A1.4: Q-Q normal dos resíduos padronizados de APGARCH(1,1).

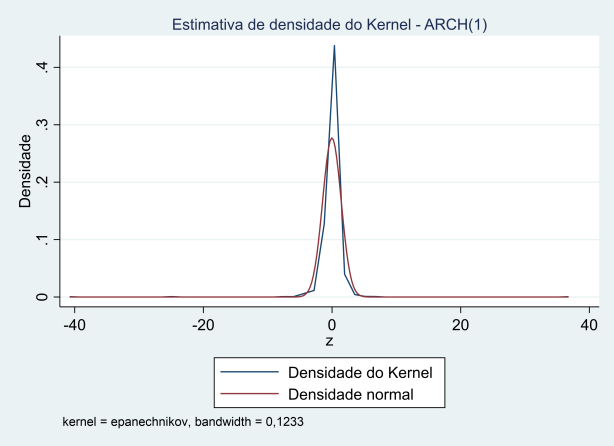


Figura A1.5: Densidade do Kernel de ARCH(1).

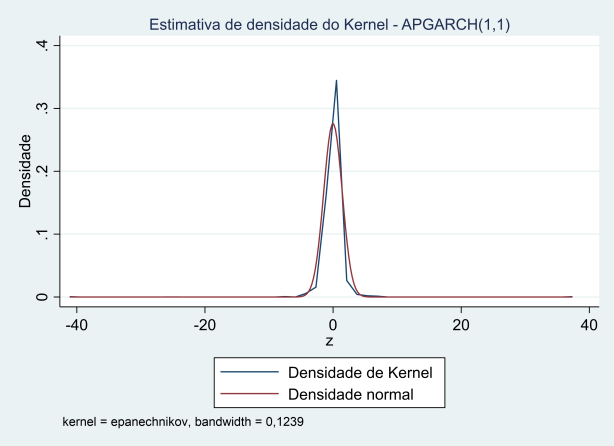


Figura A1.6: Densidade do Kernel de APGARCH(1).

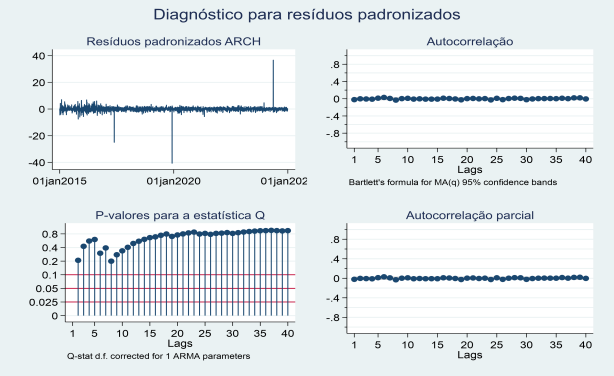


Figura A1.7: Diagnóstico dos resíduos padronizados do modelo ARCH(1).

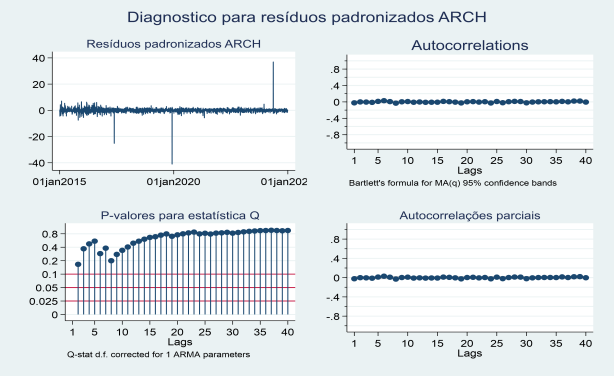


Figura A1.8: Diagnóstico dos resíduos padronizados do modelo GARCH(1,1).

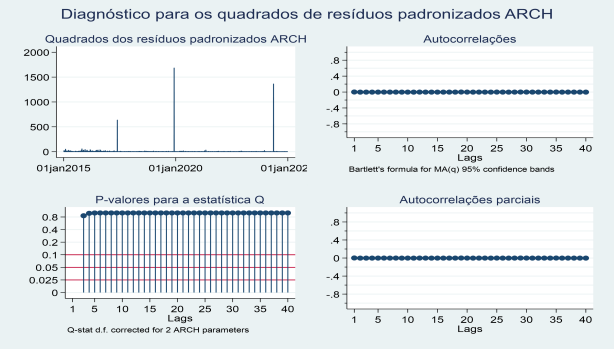


Figura A1.9: Diagnóstico dos quadrados de resíduos padronizados do GARCH(1,1).

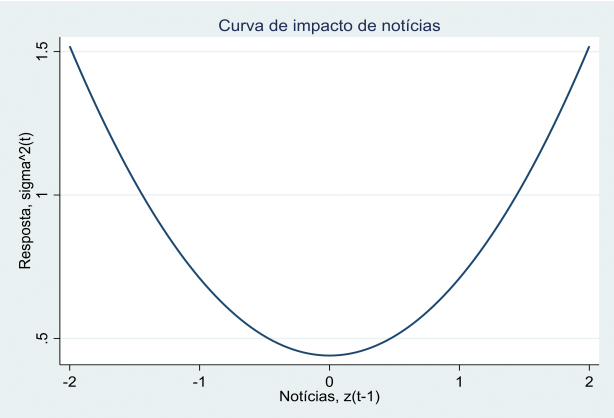


Figura A1.10: Curva de impacto de notícias do modelo GARCH(1,1).

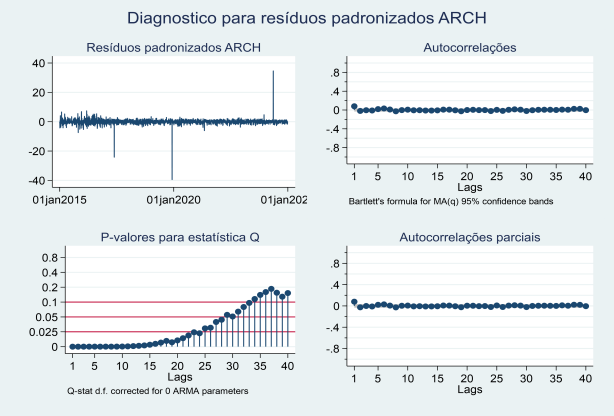


Figura A1.11: Diagnóstico dos resíduos padronizados do modelo GARCH-M(1,1).

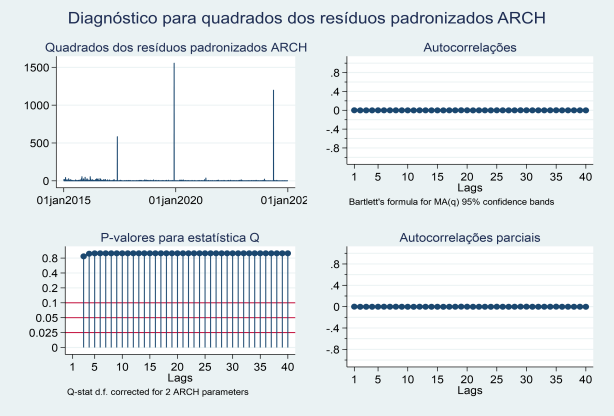


Figura A1.12: Diagnóstico dos quadrados de resíduos padronizados do GARCH-M(1,1).

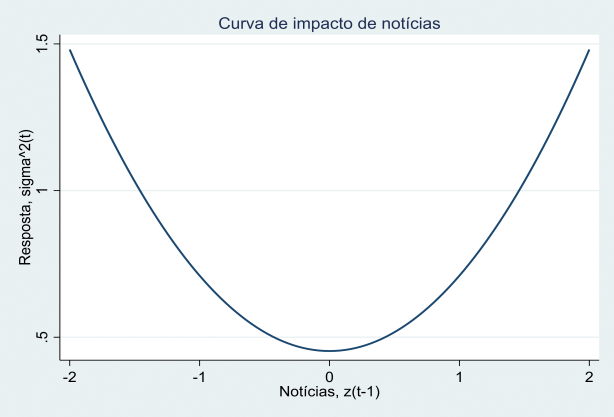


Figura A1.13: Curva de impacto de notícias do modelo GARCH-M(1,1).

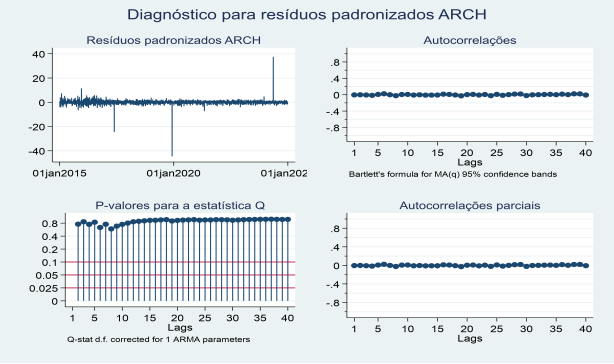


Figura A1.14: Diagnóstico dos resíduos padronizados do modelo EGARCH(1,1).

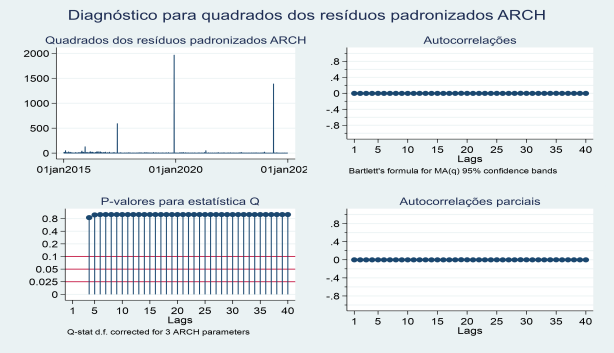


Figura A1.15: Diagnóstico dos quadrados de resíduos padronizados do EGARCH(1,1).

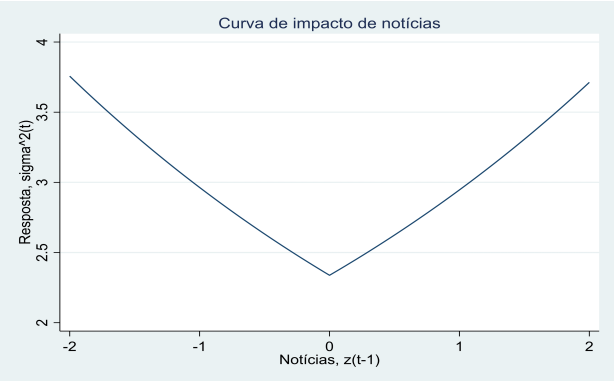


Figura A1.16: Curva de impacto de notícias do modelo EGARCH(1,1).

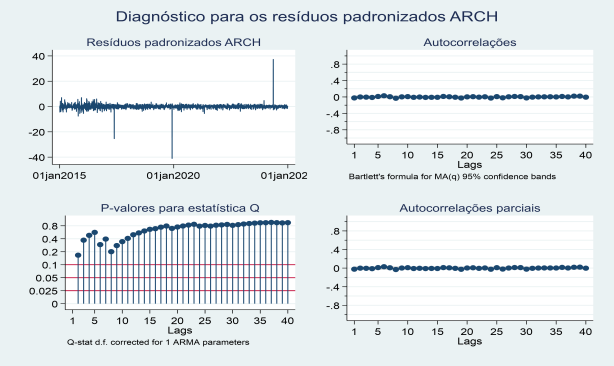


Figura A1.17: Diagnóstico dos resíduos padronizados do modelo GJR-GARCH(1,1).

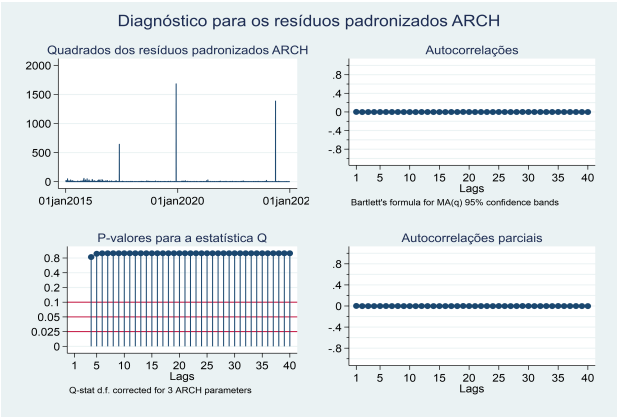


Figura A1.18: Diagnóstico dos quadrados de resíduos padronizados do GJR-GARCH(1,1).

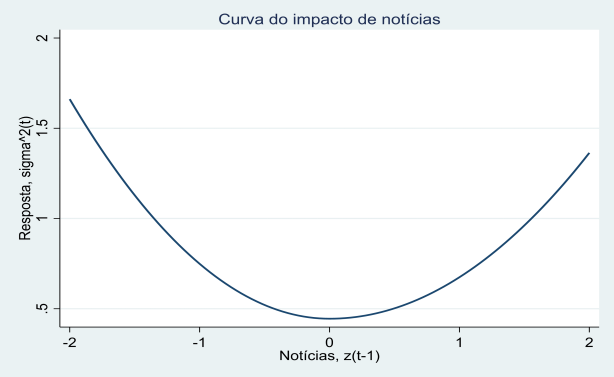


Figura A1.19: Curva de impacto de notícias do modelo GJR-GARCH(1,1).

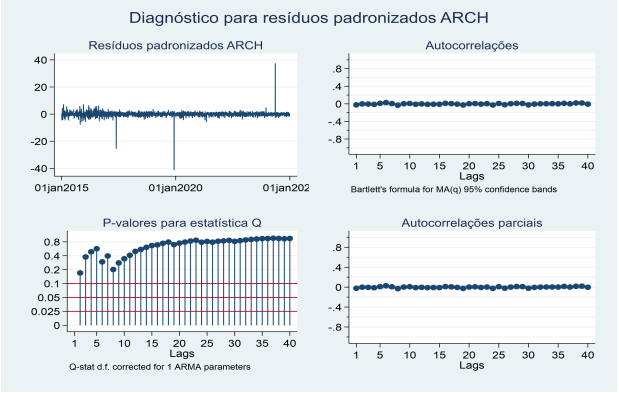


Figura A1.20: Diagnóstico dos resíduos padronizados do modelo APGARCH(1,1).

Apendice II. Códigos de sintaxe para o processamento

Comandos de importação de dados, transformação e representação gráfica da série.

```
import excel ”C:/Users/Zak’s/OneDrive/Desktop/Base-câmbio.xlsx”, sheet(”Folha1”) firs-
trow
gen date_stata = Data
format date_stata %td
tsset date_stata, daily
tsline Câmbio
gen rt = [log(Câmbio) - log(l.Câmbio)]*100
dfuller rt, lag (3)
tsline rt
wntestq rt
```

Comandos de teste da quebra estrutural

```
tsset date_stata
regress rt, vce(robust)
estat sbsingle
```

Comandos de diagnóstico de retornos pelo ARIMA

```
arima  rt, arima(1,0,1)
armadiag
armadiag, arch
predict  e, resid
wntestq  e, lags(10)
reg  rt l(1/3).rt
estat  archm, lags(1/5)
```

predict resid1

histogram resid1, normal

sum resid1

Comandos da estimação dos modelos simétricos

arch rt, ma(1) arch (1) distribution (t 4)

arch rt, ma(1) arch(1) garch(1) distribution (t 4)

arch rt, archm arch(1) garch(1) distribution (t 4)

Comandos da estimação dos modelos assimétricos

arch rt, ma(1) earch(1) egarch(1) distribution (t 4)

arch rt, ma(1) arch(1) tarch(1) garch(1) distribution (t 4)

arch rt, ma(1) aparch(1) pgarch(1) distribution (t 4)

Comandos da previsão dos modelos

arch rt, ma(1) arch (1) distribution (t 4)

predict yhat_arch

gen erro_arch = rt - yhat_arch

gen erro_arch2 = $erro_arch^2$

summarize erro_arch2

display sqrt(r(mean))

gen abs_erro_arch = abs(erro_arch)

summarize abs_erro_arch

gen mape_arch = abs((rt - yhat_arch)/rt)

summarize mape_arch

scalar U_1 = sqrt(MSE) / (sqrt(RMSE) + sqrt(MAE))

display U_1

```
arch rt, ma(1) arch(1) garch(1) distribution (t 4)
predict yhat_garch
gen erro_garch = rt - yhat_garch
gen erro_garch2 = erro_garch ^ 2
summarize erro_garch2
display sqrt(r(mean))
gen abs_erro_garch = abs(erro_garch)
summarize abs_erro_garch
gen mape_garch = abs((rt - yhat_garch)/rt)
summarize mape_garch
scalar U_2 = sqrt(MSE) / (sqrt(RMSE) + sqrt(MAE))
display U_2

arch rt, archm arch(1) garch(1) distribution (t 4)
predict yhat_garchm1
gen erro_garchm1 = rt - yhat_garchm1
gen erro_garchm12 = erro_garchm1^2
summarize erro_garchm12
display sqrt(r(mean))
gen abs_erro_garchm1 = abs(erro_garchm1)
summarize abs_erro_garchm1
gen mape_garchm1 = abs((rt - yhat_garchm1)/rt)
summarize mape_garchm1
scalar U_3 = sqrt(MSE) / (sqrt(RMSE) + sqrt(MAE))
display U_3

arch rt, ma(1) earch(1) egarch(1) distribution (t 4)
predict yhat_egarch
```

gen erro_egarch = rt - yhat_egarch

gen erro_egarch2 = $erro_egarch^2$

summarize erro_egarch2

display sqrt(r(mean))

gen abs_erro_egarch = abs(erro_egarch)

summarize abs_erro_egarch

gen mape_egarch = abs((rt - yhat_egarch)/rt)

summarize mape_egarch

scalar U_4 = sqrt(MSE) / (sqrt(RMSE) + sqrt(MAE))

display U_4

arch rt, ma(1) arch(1) tarch(1) garch(1) distribution (t 4)

predict yhat_gjr

gen erro_gjr = rt - yhat_gjr

gen erro_gjr2 = $erro_gjr^2$

summarize erro_gjr2

display sqrt(r(mean))

gen abs_erro_gjr = abs(erro_gjr)

summarize abs_erro_gjr

gen mape_gjr = abs((rt - yhat_gjr)/rt)

summarize mape_gjr

scalar U_5 = sqrt(MSE) / (sqrt(RMSE) + sqrt(MAE))

display U_5

arch rt, ma(1) aparch(1) pgarch(1) distribution (t 4)

predict yhat_aparch

gen erro_aparch = rt - yhat_aparch

gen erro_aparch2 = $erro_aparch^2$

summarize erro_aparch2

display sqrt(r(mean))

gen abs_erro_aparch = abs(erro_aparch)

summarize abs_erro_aparch

gen mape_aparch = abs((rt - yhat_aparch)/rt)

summarize mape_aparch

scalar U_6 = sqrt(MSE) / (sqrt(RMSE) + sqrt(MAE))

display U_6

Testes com o modelo MA(1)+ARCH(1)

arch rt, ma(1) arch (1) distribution (t 4)

predict res, res

predict h, variance

gen z = res/sqrt(h)

histogram z, normal

qnorm z

kdensity z, normal

corrgram z

wntestq z

sktest z

dfuller z, lags(3)

reg z l(1/3).z

estat archlm, lags(1/3)

Testes com o modelo MA(1)+APGARCH(1,1)

arch rt, ma(1) aparch(1) pgarch(1) distribution (t 4)

predict res, res

predict h, variance

gen z = res/sqrt(h)

histogram z, normal

qnorm z

kdensity z, normal

corrgram z

wntestq z

sktest z

dfuller z, lags(3)

reg z l(1/3).z

estat archlm, lags(1/3)

Previsões da taxa de câmbio para um horizonte de 5 dias

arch rt, ma(1) arch (1) distribution (t 4)

tsappend, add(5)

predict rhat, y

predict hhat, variance

gen sigma = sqrt(hhat)

list date rhat sigma in -5/l

gen cambio_prev = .

replace cambio_prev = 3.37×exp(rhat/100) in '=_N-4'

replace cambio_prev = cambio_prev[_n-1]×exp(rhat/100) if missing(cambio_prev) & _n >

'=_N-4'

list date rhat cambio_prev in '=_N-4'/l

Intervalos de confiança

gen li_rt = rhat - 2.776×sigma

gen ls_rt = rhat + 2.776×sigma

gen li_cambio = .

replace li_cambio = 3.37×exp(li_rt/100) in ‘=_N-4’

replace li_cambio = li_cambio[_n-1]×exp(li_rt/100) if missing(li_cambio) & _n > ‘=_N-4’

gen ls_cambio = .

replace ls_cambio = 3.37×exp(ls_rt/100) in ‘=_N-4’

replace ls_cambio = ls_cambio[_n-1]×exp(ls_rt/100) if missing(ls_cambio) & _n > ‘=_N-4’

list date cambio_prev li_cambio ls_cambio in ‘=_N-4’/l